

Beräkning av standardavvikelser för efterfrågevariationer vid varierande ledtider

Stig-Arne Mattsson

Sammanfattning

I litteraturen finns en vanligt publicerade formel för beräkning av efterfrågans standardavvikelse under ledtid vid fall med varierande ledtider. Syftet med den studie som redovisas i den här rapporten var att utvärdera i vilken utsträckning standardavvikelser beräknade med hjälp av denna formel motsvarar statistiskt beräknade verkliga standardavvikelser. Beräkningsresultaten visar att skillnaderna mellan de standardavvikelser som formeln ger och de verkliga standardavvikelserna är försumbara och icke-signifikanta under allmänna förhållanden vad gäller efterfrågestrukturer och ledtidsvariationer.

1 Introduktion

För att kunna dimensionera säkerhetslager med utgångspunkt från en målsatt servicenivå måste man kunna beräkna hur mycket efterfrågan varierar under ledtid. I allmänhet sker detta genom att beräkna efterfrågevariationernas standardavvikelse per period och att anpassa denna standardavvikelse till ledtidens längd uttryckt i antal perioder. Som påpekats av Taylor (2000) är emellertid variationerna i efterfrågan under ledtid för ett företag inte bara en funktion av variationer orsakade av företag nerströms försörjningskedjan. De förorsakas också av företag uppströms försörjningskedjan på grund av varierande ledtider och bristande leveransprecision. Dessa variationer måste följaktligen beaktas och inkluderas i den standardavvikelse som skall användas för säkerhetslagerdimensionering.

Den i litteraturen helt dominerande formeln för att beräkna standardavvikelser vid samtidig variation i efterfrågan och variation i ledtid är följande. Se exempelvis Silver och Peterson (1985, sid 297) eller Tersine (1994, sid 231). Ett bevis för formeln finns bland annat i Brown (1963, sid 367).

$$\sigma(\text{LTD}) = \sqrt{\text{LT} \cdot \sigma(\text{D})^2 + \text{D}^2 \cdot \sigma(\text{LT})^2} \dots\dots\dots (1)$$

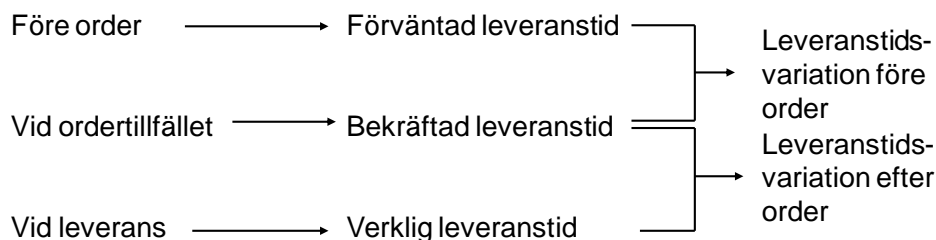
- där $\sigma(\text{LTD})$ = den totala standardavvikelsen för efterfrågan under ledtiden
LT = ledtidens längd i perioder
 $\sigma(\text{D})$ = efterfrågans standardavvikelse per period
D = medelefterfrågan per period
 $\sigma(\text{LT})$ = ledtidens standardavvikelse i antal perioder

Formeln gäller under förutsättning att efterfrågan och ledtiden är oberoende stokastiska variabler, vilket kan betraktas som ett rimligt antagande. Det finns inga krav på att variablerna skall vara normalfördelade.

Syftet med det forskningsprojekt som redovisas i den här rapporten är att analysera och utvärdera vilken noggrannhet man kan uppnå genom att använda den ovan presenterade formeln för att analytiskt beräkna standardavvikelsen när både efterfrågan per period och ledtidens längd varierar.

2 Ledtid, leveranstid och ledtidsvariation

Ledtid för lagerpåfyllning definieras här som kalendertiden mellan att ett behov uppstår och att det uppfylls. I grova drag kan man dela in ledtiden i en leveranstidsdel representerande tiden för leverantören från erhållen order till utleverans och transporttiden till kund samt en kundtidsdel representerande tiden från behov till order samt tiden från godsmottagning till inläggning i lager hos kunden. Eftersom det i allmänhet är leveranstidens del av ledtiden som varierar bortses i fortsättningen från kunddelen av den totala ledtiden. Något förenklat kan den betraktas som ett konstant tillägg till leveranstiden. För att möjliggöra planering måste leveranstider betraktade på det här sättet uppskattas i förväg och kan då följaktligen komma att ändras under tiden fram till inleverans. Man kan därför betrakta leveranstiden för en enskild artikel som en diskret variabel med olika värden under olika faser av kundens order-till-leverans process. Av dessa faser avser den första faser tiden före order, den andra tiden vid ordertillfället och den tredje tiden för leverans till kund. Dessa faser och de olika leveranstider som förekommer under respektive fas framgår av figur 1.



Figur 1 Leveranstider under olika faser av kundens order-till-leverans process

Leveranstiden före order kan kallas förväntad leveranstid eftersom den med undantag för kontraktbundna leveranstider från leverantör i stor utsträckning är en prognos. Den utgörs i allmänhet av den leveranstid som finns registrerad i affärssystemet eller den leveranstid som en viss leverantör erfarenhetsmässigt brukar tillämpa. Vid ordertillfället kan leverantören erbjuda en leveranstid som skiljer sig från den leveranstid som kunden förväntat sig. Den leveranstid som sedan överenskomms mellan kund och leverantör kan kallas bekräftad leveranstid. Vilken den verkliga leveranstiden är för en viss order får man i allmänhet inte veta förrän vid inleveranstillfället, dvs. under den tredje faser.

Skillnaden mellan förväntad leveranstid och bekräftad leveranstid kallas leveranstidsvariation före order. Det är ett mått på hur mycket leveranstiden från en leverantör varierar

från ordertillfälle till ordertillfälle och uttrycker en leverantörs förmåga att informera om och att konsekvent hålla förväntade leveranstider. Ju mindre variationen är, desto mindre säkerhetslager behöver man ha för att gardera sig mot brist. Skillnaden mellan verklig leveranstid och bekräftad leveranstid kan kallas leveranstidsvariation efter order. En vanligare benämning är emellertid leveransprecision eftersom variationen är ett uttryck för leverantörens förmåga att leverera vid lovad leveranstidpunkt. Begreppet leveransprecision används fortsättningsvis i den här rapporten.

3 Metodansats

För att kunna uppfylla syftet och värdera beräkningsformeln måste beräkningsresultaten kunna jämföras med vad som kan betraktas som sant beräknade standardavvikelser från samma efterfrågedata och ledtidsdata. Beräkningen av sådana ”verkliga” standardavvikelser har gjorts genom att på traditionellt sätt direktberäkna standardavvikelser för ett antal efterfrågevärden under ledtid som genererats statistiskt med hjälp av så kallad bootstrapping. Beräkningarna av standardavvikelser har gjorts från samma efterfrågan per period och för samma ledtid.

3.1 Generering av efterfrågan per dag

Efterfrågan per dag har skapats genom att kombinera slumpmässigt bestämda orderkvantiteter med slumpmässigt bestämda antal kundorder per dag för att den enligt Bagchi et al. (1984) skall bli så verklighetsnära som möjligt. Poissonfördelning har valts för att generera antal kundorder per dag och rektangelfördelning för att bestämma kundorderkvantiteter. Sju olika efterfrågestrukturer har skapats enligt tabell 1. Variationskoefficienterna avser fallet att ledtiden är tio dagar.

De fyra första efterfrågestrukturerna avses representera ett antal generiska förhållanden för lagerstyrning. Efterfrågestruktur fem avses representera förhållanden som är typiska för centrallager/grossistlager med jämförelsevis få uttag och stora kundorderkvantiteter medan efterfrågestruktur sex och sju representerar förhållanden som är typiska i reservdelslager med få uttag och små kundorderkvantiteter. För varje efterfrågestruktur har 6000 dagars efterfrågan motsvarande tjugofem år genererats för vardera tjugo artiklar. Från dessa efterfrågevärden per dag har medelefterfrågan och efterfrågans standardavvikelse beräknats.

Tabell 1 Karaktäristik av använda efterfrågestrukturer

<i>Efterfrågescenario</i>	<i>Antal order per dag</i>	<i>Kvantitet per order</i>	<i>Efterfrågan per månad</i>	<i>Variationskoefficient</i>
1	10 per dag	1 – 10	1.100	0,11
2	3 per dag	1 – 10	55	0,21
3	1 per 2 dagar	1 – 10	11	0,51
4	1 per 2 veckor	1 – 10	3	1,13
5	1 per 2 dagar	50 – 200	1.250	0,48
6	1 per 2 dagar	1 – 3	20	0,49
7	1 per 2 månader	1 – 3	1	2,22

3.2 Generering av ledtider

Fem olika medelleadtider för återanskaffning, 5, 10, 15, 20 och 25 dagar, har använts. Variationer i dessa ledtider har skapats genom att slumpmässigt generera avvikelser till var och en av dem. Slumpgenereringen har omfattat både avvikelser mellan bekräftad och verklig leveranstid och avvikelser mellan förväntad och bekräftad leveranstid. För avvikelser mellan bekräftad och verklig leveranstid antas att leverantörer aldrig levererar före bekräftad tidpunkt, dvs. att ledtidvariationen är asymmetrisk. Med avseende på avvikelser mellan förväntad och bekräftad leveranstid har två olika beteendetyper applicerats. För den ena av dessa, nedan kallad beteendetyper 1, antas den erbjudna leveranstiden väljas, för den andra, nedan kallad beteendetyper 2, antas den förväntade leveranstiden väljas även om den erbjudna är kortare. Den första beteendetyper innebär en symmetrisk leveranstidsfördelning medan den andra innebär en asymmetrisk fördelning.

För skillnader mellan bekräftad och verklig leveranstid har tre olika fall av leveransprecision använts, 100 %, 90 % samt 80 % leveransprecision. Vid 90 % leveransprecision antas 4 % av ordena vara försenade en dag, 3 % av ordena försenade två dagar och 3 % av ordena försenade tre dagar vilket motsvarar en standardavvikelse på 0,62. Vid 80 % leveransprecision antas 6 % vara en dag försenade, 5 % två dagar, 4 % tre dagar, 3 % fyra dagar samt 2 % fem dagar försenade. Dessa variationer motsvarar en standardavvikelse på 1,16.

Tabell 2 Avvikelser mellan förväntade och erbjudna leveranstider med motsvarande sannolikheter för att de skall inträffa om erbjuden leveranstid väljs

Avvikelse i leveranstid i dagar	Sannolikheter i procent			
	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 4
- 4				4 %
- 3			7 %	8 %
- 2		11 %	11 %	12 %
- 1	25 %	22 %	17 %	16 %
0	50 %	34 %	30 %	20 %
+ 1	25 %	22 %	17 %	16 %
+ 2		11 %	11 %	12 %
+ 3			7 %	8 %
+ 4				4 %
Standardavvikelse	0,71	1,15	1,57	1,99

För ledtidvariationer vid beteendetyper1, dvs alternativet att den erbjudna leveranstiden alltid väljs, har ledtidsavvikelser och deras respektive sannolikheter för att inträffa antagits vara enligt tabell 2. Fall 0 avser att inga avvikelser förekommer. Av tabellen framgår också motsvarande standardavvikelser.

Motsvarande ledtidsavvikelser för alternativet att leveranstiden endast sätts lika med den erbjudna leveranstiden om den är längre än eller lika med den förväntade leveranstiden inklusive deras respektive sannolikheter framgår av tabell 3. Dessutom visas motsvarande standardavvikelser för respektive variationsfall. Ledtidvariation oavsett beteendetyper och leveransprecision antas vara oberoende av varandra.

Tabell 3 Avvikelser mellan förväntade och erbjudna leveranstider med motsvarande sannolikheter för att de skall inträffa när erbjuden leveranstid endast väljs om den är längre än eller lika med förväntad

Avvikelse i leveranstid i dagar	Sannolikheter i procent			
	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 4
0	75 %	67 %	65 %	60 %
+ 1	25 %	22 %	17 %	16 %
+ 2		11 %	11 %	12 %
+ 3			7 %	8 %
+ 4				4 %
Standardavvikelse	0,46	0,77	0,94	1,17

Baserat på dessa sannolikheter har 6000 olika ledtidsavvikelser genererats slumpmässigt med hjälp av diskret slumpmässigt generering i Excel, dels för var och en av de två gånger fem fallen med ledtidsvariation före order och dels för var och en av de tre fallen av leveransprecision. De sålunda skapade ledtidsavvikelserna för ledtidsvariation respektive leveransprecision har därefter kombinerats till trettio olika totala ledtidsavvikelser. De har därefter adderats till var och en av de fem medelledtiderna. Från de sålunda genererade ledtiderna har medelvärden och standardavvikelser beräknats. För de asymmetriska fallen blir verklig ledtid i medeltal längre än den planerade.

3.3 Generering av efterfrågan under ledtid

För att generera den efterfrågan under ledtid som kan användas för att beräkna efterfrågans ”verkliga” standardavvikelse under ledtid vid varierande ledtider har så kallad bootstrappingteknik använts (Bookbinder och Lordahl, 1989). Det innebär att 6000 värden på efterfrågan under ledtid har genererats för varje efterfrågestruktur, produkt, ledtid och kombination av ledtidsvariation och leveranstidsprecision genom att för varje efterfrågevärde under ledtid slumpmässigt ”dra” lika många efterfrågevärden per dag som respektive genererad ledtid motsvarar och därefter summera dem.

3.4 Beräkningsmodell

Den modell som valts för utvärdering av den ovan presenterade beräkningsformeln innebär att standardavvikelser beräknas med formeln för att därefter jämföras med en direkt beräknad standardavvikelse från de genererade värdena på efterfrågan under ledtid.

Beräkningar av standardavvikelser med hjälp av formeln utgår från beräknade värden på medelefterfrågan per dag och standardavvikelser för efterfrågan per dag enligt avsnitt 3.1 samt från beräknade värden på medelledtider och standardavvikelser för ledtidsvariationer enligt avsnitt 3.2. Både beräkningarna med hjälp av formeln och direktberäkningarna av de ”verkliga” standardavvikelserna görs alltså med utgångspunkt från samma värden på efterfrågan och ledtider.

För att kunna få en uppfattning om i vilken utsträckning förekommande skillnader är signifikanta har samtliga datagenereringar och beräkningar gjorts för tjugo olika efterfrågeserier för varje efterfrågestruktur. Signifikanstesterna baseras på en t-fördelning eftersom antalet observationer för varje efterfrågestruktur endast är tjugo stycken.

4 Resultat och analyser

Resultaten från de genomförda beräkningarna av skillnader mellan standardavvikelser erhållna med beräkningsformeln och de ”verkliga” standardavvikelseerna redovisas i tabell 4 – 6 för fallet med 80 % leveransprecision. Siffrorna i tabellerna avser skillnader i procent i förhållande till motsvarande ”verkliga” standardavvikelser.

Tabell 4 Procentuella skillnader mellan ”verkliga” standardavvikelser och standardavvikelser erhållna med hjälp standardformeln vid en medelledning på 5 dagar

Efterfrågestruktur	Beteendetyper 1					Beteendetyper 2				
	Variationsfall					Variationsfall				
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
1	0,5	0,4	0,3	0,1	0,1	0,5	0,5	0,5	0,4	0,3
2	-0,2	-0,3	-0,3	-0,1	-0,1	-0,2	0,2	-0,2	-0,1	-0,1
3	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2	0,0
4	0,1	0,1	0,0	0,2	0,2	0,1	0,0	-0,1	0,0	0,0
5	0,0	-0,1	-0,2	-0,2	-0,1	0,0	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1
6	-0,2	-0,2	-0,2	-0,3	0,0	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2
7	-0,6	-0,5	-0,8	-0,3	-1,0	-0,6	-0,5	-0,7	-0,4	-0,9

Tabell 5 Procentuella skillnader mellan ”verkliga” standardavvikelser och standardavvikelser erhållna med hjälp standardformeln vid en medelledning på 15 dagar

Efterfrågestruktur	Beteendetyper 1					Beteendetyper 2				
	Variationsfall					Variationsfall				
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
1	0,5	0,5	0,4	0,3	0,2	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3
2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3
3	-0,1	-0,1	0,0	-0,1	0,1	-0,1	-0,1	0,0	-0,1	0,0
4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,1	-0,3	-0,3	-0,2	-0,3	-0,2
6	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,2	-0,4	-0,4	-0,4	-0,3	-0,3
7	-0,9	-0,9	-0,8	-0,7	-0,9	-0,9	-0,9	-0,8	-0,8	-0,8

Tabell 6 Procentuella skillnader mellan ”verkliga” standardavvikelser och standardavvikelser erhållna med hjälp standardformeln vid en medelledning på 25 dagar

Efterfrågestruktur	Beteendetyper 1					Beteendetyper 2				
	Variationsfall					Variationsfall				
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
1	0,4	0,3	0,4	0,2	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4
2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3
3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2
4	0,4	0,5	0,5	0,4	0,5	0,4	0,4	0,5	0,4	0,5
5	0,0	0,0	0,0	-0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
6	0,0	0,1	0,1	0,0	0,2	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2
7	-0,3	-0,3	-0,2	-0,2	-0,2	-0,3	-0,3	-0,2	-0,3	-0,1

Som framgår av tabellerna är skillnaderna mellan att beräkna standardavvikelser direkt från genererad efterfrågan under ledtid och att beräkna dem med beräkningsformeln helt försumbara. I inget fall är skillnaderna signifikanta på 0,5 %-nivån. Det finns följaktligen inte några skäl att vid fall med varierande ledtider beräkna standardavvikelser med den betydligt omständligare beräkningsmetod som bygger på bootstrapping.

5 Slutsatser

Den ovan presenterade studien visar att skillnaderna mellan standardavvikelser beräknade med beräkningsformeln och ”verkliga” standardavvikelser erhållna från genererad efterfrågan under ledtid är försumbara och i inget fall signifikanta. Beräkningsformeln kan därför betraktas som en fullt tillfredsställande beräkningsmetod under allmänna villkor med avseende på medelefterfrågans storlek och variation samt för olika långa medelledtider och olika stora ledtidsvariationer.

Referenser

Bagchi, U., Haya, J., Ord, J. (1984) Concepts, theory and techniques: modeling demand during lead time, *Decision Science*, Vol. 15, sid 157-176.

Bookbinder, J., Lordahl, A. (1989) Estimation of inventory re-order levels using the bootstrap statistical procedure, *IIE Transactions*, December, sid 302-312.

Brown, R. (1963) *Smoothing, forecasting and prediction*, Prentice-Hall.

Silver, E., Peterson, R. (1985) *Decision systems for inventory management and production planning*, John Wiley & Sons.

Taylor, D. (2000) Demand amplification: has it got us beat, *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, Vol.30 No. 6, sid 515-533.

Tersine, R. (1994) *Principles of inventory and materials management*, Prentice Hall.

Vollmann, T., Berry, W., Whybark, C. (2004) *Manufacturing planning and control systems*, Irwin.