

Beräkning av standardavvikelser vid inslag av cyklisk efterfrågan

Stig-Arne Mattsson

Sammanfattning

I det projekt som redovisas i den här rapporten behandlas beräkning av standardavvikelser när det förekommer cykliska efterfrågemönster i centrallager som försörjer ett antal lager i en distributionsstruktur. Cykliska efterfrågemönster medför korrelation i efterfrågan och leder till att den formel som ofta används för att ledtidsjustera standardavvikelser inte ger tillfredsställande värden. Resultat och slutsatser från de analyser och utvärderingar som genomförts i projektet kan sammanfattas enligt följande.

I merparten av de fall som studerats vid högfrekvent efterfrågan erhålls standardavvikelser beräknade med hjälp av ledtidskorrigerig av standardavvikelser per dag som är mer än dubbelt så stora som motsvarande direktberäknade ledtidsstandardavvikelser. För efterfrågescenarier med lågfrekvent efterfrågan är skillnaderna mer måttliga men fortfarande inte försumbara. Endast för efterfrågescenariot med mycket lågfrekvent efterfrågan är skillnaderna för praktiskt bruk försumbara.

Beräknas i stället standardavvikelserna under ledtid med hjälp av ledtidskorrigerig av standardavvikelser per månad erhålls värden som i huvudsak alltid är mindre än direktberäknade standardavvikelser. Skillnaderna är mindre jämfört med motsvarande för dagbaserade standardavvikelser men inte försumbara. På motsvarande sätt som för dagbaserade standardavvikelser blir skillnaderna mindre ju mer lågfrekvent efterfrågan är.

Inga tydliga och enkla samband avseende skillnader i sätten att beräkna standardavvikelser som funktion av mer eller mindre lika lagercykeltider, ledtider och antalet lager har kunnat identifieras annat än att dagbaserade standardavvikelser genomgående är klart större än direktberäknade standardavvikelser och att månadsbaserade standardavvikelser praktiskt taget genomgående är mindre.

Den övergripande slutsats som kan dras från de erhållna resultaten är att standardavvikelser för efterfrågan under ledtid i lager som försörjer ett antal andra lager bör direktberäknas och inte baseras på ledtidskorrigerig av standardavvikelser per dag eller per månad. Det enda undantaget utgör efterfrågescenarier med mycket lågfrekvent efterfrågan.

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Syftet med att hålla säkerhetslager av färdigprodukter är att möjliggöra en konkurrenskraftig leveransförmåga på marknaden. Bland annat innebär detta att vid kundorder kunna leverera från lager i en utsträckning som minst motsvarar vad konkurrerande företag klarar av. För att åstadkomma en sådan leveransförmåga på ett kostnadseffektivt sätt är det nödvändigt att med hjälp av beräkningar dimensionera säkerhetslagret med utgångspunkt från en önskad servicenivå, exempelvis uttryckt som andel av den totala efterfrågan som kan tillfredsställas direkt från lager. Säkerhetslagerdimensionering ställer emellertid också krav på att man kan beräkna eller uppskatta hur mycket efterfrågan varierar från period till period eftersom säkerhetslagret också är en funktion av dessa variationer.

1.2 Problemdiskussion och forskningsfrågor

I affärssystem beräknas i allmänhet sådana standardavvikelser per planeringsperiod eller prognosperiod, ofta lika med en månad eller fyra veckor. Eftersom efterfrågans standardavvikelse är beroende av periodlängden måste man följaktligen periodlängdsjustera den till aktuell ledtid. Man kan givetvis också beräkna standardavvikelsen per dag och periodlängdsjustera den från dag till aktuell ledtid. Periodlängdsjustering görs i allmänhet genom att multiplicera standardavvikelsen per period med roten ur ledtidens längd i antal perioder. Att använda denna metod innebär ett approximationsförfarande som kan medföra avvikelser mellan beräknad standardavvikelse och verklig standardavvikelse och därmed påverka noggrannheten för säkerhetslagerberäkningen.

Mattsson (2007) har visat att skillnaderna mellan att utgå från dagbaserade respektive månadsbaserade standardavvikelser som ledtidsjusteras och direktberäknade ledtidsstandardavvikelser för praktiskt bruk är försumbara under förutsättning att det inte föreligger beroendeförhållande mellan efterfrågan i på varandra följande perioder, dvs att det inte föreligger någon autokorrelation. I centrallager i hierarkiska distributionsnätverk kan emellertid sådan autokorrelation förekomma eftersom det finns mer eller mindre uttalade inslag av cykliska efterfrågemönster, speciellt ju färre lokala lager centrallagret försörjer. Samma förhållande kan också föreligga vid direktleverans till slutkunds lager om antalet slutkunder är få. Mot denna bakgrund är det av intresse att studera följande forskningsfråga.

- Hur påverkas standardavvikelsen för efterfrågan under ledtid i ett centrallager som försörjer ett antal lokala eller regionala lager av att beräknas genom ledtidsjustering av standardavvikelsen avseende en annan periodlängd.

I de analyser som genomförs för att besvara den formulerade forskningsfrågan förutsätts efterfrågan variera kring ett medelvärde utan inslag av trender, säsongvariationer eller andra systematiska efterfrågeförändringar. Endast periodlängdsjustering av standardavvikelser från periodlängder på en dag respektive en månad inkluderas i studien. Ledtiden för lagerpåfyllnad har antagits vara konstant.

2 Angreppssätt

För att besvara forskningsfrågan har standardavvikelser för ledtidsefterfrågan med utgångspunkt från periodlängdsjusterade standardavvikelser per dag respektive per månad beräknats. Dessa standardavvikelser har därefter jämförts med direktberäknade standardavvikelser för ledtidsefterfrågan under motsvarande ledtider. Beräkningarna har genomförts i Excel.

Efterfrågan per dag för en viss artikel i ett antal lokala lager har skapats genom att kombinera slumpmässigt bestämda orderkvantiteter med slumpmässigt bestämda antal kundorder per dag för att den skall bli så verklighetsnära som möjligt. Poissonfördelning har valts för att generera antal kundorder per dag och rektangelfördelning för att bestämma kundorderstorlekar.

Tre olika efterfrågescenarier har använts för vart och ett av 20 lokala lager. Ett scenario avser artiklar med mycket låg omsättning, ett med låg omsättning och ett med hög omsättning. Efterfrågekaraktistiken för de olika scenarierna visas i tabell 1. Kolumn Efterfrågan per dag avser det intervall inom vilket efterfrågan i de olika 20 lagren varierar och kolumn Variationskoefficient variationskoefficienten i medeltal för efterfrågan i alla 20 lagren. Som framgår av tabellen förekommer efterfrågan ungefär var tionde dag för scenariot med mycket låg efterfrågan, var tredje dag för scenariot med låg efterfrågan och var dag för scenariot med hög efterfrågan. Totalt har för varje scenario efterfrågan under 6000 dagar genererats som underlag för analyserna.

Tabell 1 Efterfrågekaraktistisk för de olika scenarierna

<i>Scenario</i>	<i>Efterfrågan per dag</i>	<i>Andel dagar med efterfrågan</i>	<i>Variationskoefficient per dag</i>
Mycket låg omsättning	0,2 – 0,6	9 %	3,73
Låg omsättning	0,9 – 2,8	36 %	1,67
Hög omsättning	21,4 – 55,4	100 %	0,36

För varje efterfrågescenario har fall med 3, 5, 10 respektive 20 lokala lager analyserats.

Från den genererade efterfrågan har lagerpåfyllnadsorder genererats med hjälp av simulering för vart och ett av dessa lokala lager. Vid denna generering har säkerhetslagren dimensionerats för en fyllnadsgradsservice på 97 % och en ledtid på två dagar. Tre fall med olika orderkvantiteter har använts. Dessa orderkvantiteter motsvarar 5, 10 respektive 20 dagars behov i respektive lager motsvarande i princip en lagerpåfyllnadsorder varje vecka, en order var annan vecka respektive en order varje månad. Annorlunda uttryckt motsvarar de 5, 10 respektive 20 dagars lagercykeltid. Var och en av dem tillämpas samtidigt i alla lager för att skapa inslag av cykliska efterfrågemönster. Utöver dessa tre fall med lika lagercykellängder för varje lager har ytterligare två fall studerats. För det ena av dessa används 5, 10 respektive 15 dagars lagercykeltid vid de olika lagren för att studera effekter av cyklicitet vid multipla lagercykellängder. För att också studera effekter på standardavvikelseberäkning när man inte använder samma lagercykeltider

samtidigt i alla lokala lager och inte heller lagercykeltider som multiplar av varandra har också ett fall med 5, 11 och 14 dagars lagercykeltid studerats.

Som lagerstyrningsmodell vid simuleringskörningarna har ett beställningspunktssystem av typ periodinspekterat (s,S)-system använts (Silver-Pyke-Peterson, 1998, sid 238). (s,S)-system har valts i stället för (s,Q)-system för att på ett bra sätt kunna hantera de mest lågomsatta och lågrörliga efterfrågescenarierna. Om fast orderstorlek valts med den låga medelefterfrågan det är fråga om samtidigt som enstaka kundorder kan avse stora kvantiteter skulle åtskilliga inleveransorder i tät följd behöva ha genererats för att täcka behov från redan inkomna order. Det kan tilläggas att ett (s,S)-system kan förväntas ge mindre inslag av cykliska efterfrågemönster är ett (s,Q)-system eftersom orderstorleken varierar från order till order beroende på lagersaldots storlek vid beordrings-tillfället.

De genererade lagerpåfyllnadsorderna från de lokala lagren representerar efterfrågan i centrallagret. Standardavvikelsen för denna efterfrågan under ledtid under de sextusen-analyserade dagarna har beräknats på följande tre olika sätt:

1. Som standardavvikelsen för efterfrågan per dag gånger roten ur ledtiden i dagar för lagerpåfyllnad
2. Som standardavvikelsen för efterfrågan per månad gånger roten ur ledtiden i månader för lagerpåfyllnad
3. Direktberäknade standardavvikelser för ledtidsefterfrågan.

De direktberäknade standardavvikelserna har beräknats från serier av efterfrågan under ledtid. Dessa serier har genererats genom att dag för dag summera efterfrågan under det antal efterföljande dagar som motsvarar ledtidens längd.

Ledtiden för att fylla på centrallagret har satts till 5, 10, 20 respektive 30 dagar.

3 Teoretiska utgångspunkter

Under förutsättning att ledtiden är konstant gäller följande samband mellan standardavvikelsen under ledtid och standardavvikelsen under en period med annan längd, exempelvis dag eller månad (Silver – Peterson, 1985, sid 131).

$$\sigma(lt) = lt^n \cdot \sigma(d) \dots\dots\dots 1$$

- där $\sigma(lt)$ = standardavvikelsen under ledtid
 lt = ledtidens längd i prognosperioder
 $\sigma(d)$ = efterfrågans standardavvikelse per vald period
 n = koefficient vars storlek beror på karaktären på efterfrågevariationerna

Koefficienten n kan bestämmas med hjälp av simulering baserad på emiriska data. För vanligt förekommande efterfrågemönster ligger den mellan 0,5 och 1 (Hax – Candea, 1984, sid 177). Om man antar att de periodvisa efterfrågevariationerna varierar slumpmässigt och oberoende av varandra, dvs. att det inte föreligger någon autokorrelation, är

koefficienten lika med 0,5. Sambandet mellan standardavvikelsen under ledtiden och standardavvikelsen under en vald period blir då följande.

$$\sigma(lt) = \sqrt{lt} \cdot \sigma(d) \dots\dots\dots 2$$

Detta samband är vanligt använt i praktiken och i de affärssystem som finns på marknaden (Se exempelvis Flagan,1984).

Förhållandet är något annorlunda om autokorrelation föreligger. Sådan autokorrelation kan innebära att det är större sannolikhet att en viss periods värde liknar de närmst föregående än att det liknar värden längre tillbaka i tiden, så kallad positiv korrelation. Den kan också innebära att efterfrågan i en period i viss utsträckning tar ut variationer i efterfrågan under efterföljande perioder, så kallad negativ korrelation. Brown (1967, sid 116) har visat att det i praktiken ofta uppstår sådana beroendeförhållanden och därmed korrelation om man baserar standardavvikelseberäkningen på prognosfel vid användning av exponentiell utjämning eller motsvarande metoder för att prognostisera i stället för på efterfrågevariationer. Beroendeförhållanden kan också uppstå om den prognosmetod som används inte i tillräcklig utsträckning tar hänsyn till systematiska efterfrågeförändringar av typ trend och säsongvariation (Brown, 1977, sid 150). Sådana brister bidrar till att autokorrelation uppstår och förstärks. Formel 2 kan då ge för små värden på prognosfelens standardavvikelse, speciellt i fallet med positiv korrelation.

Baserat på erfarenheter av i praktiskt tillämpning förekommande prognosfel argumenterar Plossl (1985, sid 113) för att koefficienten i formel 1 bör vara lika med 0,7. Även andra författare uppger att 0,7 kan vara ett lämpligt värde på koefficienten. Ursprungligen kommer värdet från det prognos- och lagerstyrningssystem, IMPACT, som IBM marknadsförde på 60-talet. Den empiri som ligger till grund för att välja 0,7 är emellertid tämligen bristfällig (Brown, 1977, sid 150).

Ett ytterligare förslag till hur standardavvikelsen för prognosfel bör justeras vid beräkning av standardavvikelser för ledtider ges av Andersson – Ljungfeldt – Wandel (1970, sid 84). De menar att standardavvikelsen för en prognosperiod skall multipliceras med en faktor k gånger ledtiden uttryckt i enheten prognosperioder. Värdet på k bör enligt författarna vara 0,5 – 1,2.

Inga studier som behandlar beräkning av standardavvikelser vid inslag av cykliska efterfrågemönster har hittats.

4 Resultat och analyser

Resultaten från de genomförda beräkningarna av skillnader i procent mellan olika beräkningssätt för att uppskatta standardavvikelser sammanfattas i tabell 2, 3 och 4 för respektive efterfrågescenario och vid tio lokala lager.

Tabell 2 Skillnader i procent mellan dagbaserade och månadsbaserade standardavvikelser jämfört med direktberäknade standardavvikelser för efterfrågescenario 1

Leditid	5 dagar		10 dagar		20 dagar		Multipel		Varierande	
	Dag	Mån.	Dag	Mån.	Dag	Mån.	Dag	Mån.	Dag	Mån.
5	124	-28	33	-59	18	-68	34	-50	38	-48
10	152	-19	193	-11	50	-59	103	-25	111	-20
20	193	-6	227	0	270	1	172	1	162	-1
30	224	10	248	7	154	-31	251	29	234	27

Som framgår av tabell 2 är dagbaserade standardavvikelser avsevärt större än de direktberäknade. I vissa fall är de mer än dubbelt så stora och i övriga fall mer än tre gånger så stora. För ledtider mindre än lagercykeltiden är skillnaderna mindre men inte försumbara. Skillnaderna som funktion av antalet lager är jämförelsevis tämligen försumbara. Att de inte är större är något förvånansvärt eftersom man skulle förvänta sig att fall med många lokala lager skulle ha en mer utjämnande effekt på inslag av cyklicitet än fall med få lokala lager.

Medelorderkvantiteten uttryckt som lagercykeltidsdagar är den samma vid multipla lagercykeltider, varierande lagercykeltider samt vid lika och 10 dagar långa lagercykeltider. Man skulle därför kunna förvänta sig att skillnaderna mellan dagbaserade och direkt beräknade standardavvikelser är mindre när de lokala lagren inte har samma lagercykellängder. Så är i huvudsak dock endast fallet när ledtiden är lika med lagercykeltiden. Skillnaderna är emellertid fortfarande påtagliga.

Skillnaderna mellan månadsbaserade standardavvikelser och direktberäknade standardavvikelser är mindre men med ett undantag inte försumbara. Undantaget avser fallet med ledtider på en månad. Att skillnaderna är praktiskt taget noll för ledtiden 20 dagar är naturligt eftersom 20 dagar i den här studien motsvarar en månad i de genomförda beräkningarna. För ledtider mindre än 20 dagar är den direktberäknade standardavvikelsen genomgående större.

I övrigt är det inte möjligt att dra några slutsatser om under vilka förhållanden som negativa eller positiva skillnader uppstår. Uppenbarligen är de cykliska efterfrågemönster som uppstår genom samspelet mellan lagercykeltider och ledtider så komplexa att några enkla systematiska samband inte kan identifieras. Det enda som med säkerhet kan sägas med utgångspunkt från de genomförda analyserna är att samspelet mellan lagercykeltider, ledtider och antal lager har betydelse för de skillnader som uppstår vid användning av olika sätt att beräkna standardavvikelser under ledtid.

Tabell 3 Skillnader i procent mellan dagbaserade och månadsbaserade standardavvikelser jämfört med direktberäknade standardavvikelser för efterfrågescenario 2

Leditid	5 dagar		10 dagar		20 dagar		Multipel		Varierande	
	Dag	Mån.	Dag	Mån.	Dag	Mån.	Dag	Mån.	Dag	Mån.
5	19	-13	19	-28	10	-36	19	-26	18	-26
10	29	-6	44	-13	29	-25	39	-14	40	-13
20	35	-2	62	-3	78	4	59	-2	59	0
30	37	1	69	5	91	7	66	5	66	4

För efterfrågescenario 2 med lågfrekvent efterfrågan är mönstret vad gäller skillnader mellan direktberäknade standardavvikelser och dagbaserade standardavvikelser tydligare. Dagbaserade standardavvikelser är genomgående större och de ökar med ökande ledtid. Skillnaderna är klart mindre än i efterfrågescenario 1 men trots detta inte försumbara. Även här är skillnaderna som funktion av antal lager försumbara i sammanhanget. Förhållandena för fallen med multipla lagercykeltider och varierande lagercykeltider är desamma som fallet med lika lagercykeltider på 10 dagar.

Resultaten med avseende på skillnader relativt månadsbaserade standardavvikelser uppvisar också vissa genomgående mönster. Ett sådant är att den direktberäknade standardavvikelsen successivt blir mindre och mindre jämfört med den månadsbaserade som funktion av ledtiden. Ett genomgående mönster är också att skillnaderna ökar med ökande orderkvantiteter. För ledtider över 20 dagar är skillnaderna tämligen försumbara.

Tabell 4 Skillnader i procent mellan dagbaserade och månadsbaserade standardavvikelser jämfört med direktberäknade standardavvikelser för efterfrågescenario 3

<i>Ledtid</i>	<i>5 dagar</i>		<i>10 dagar</i>		<i>20 dagar</i>		<i>Multipl</i>		<i>Variерande</i>	
	<i>Dag</i>	<i>Mån.</i>	<i>Dag</i>	<i>Mån.</i>	<i>Dag</i>	<i>Mån.</i>	<i>Dag</i>	<i>Mån.</i>	<i>Dag</i>	<i>Mån.</i>
5	1	3	2	-1	6	-8	3	-1	3	-1
10	-1	1	1	-2	10	-4	3	-1	3	-1
20	-3	-2	1	-3	16	1	3	-1	3	-1
30	-4	-1	0	0	19	3	2	0	3	0

Tabell 4 visar beräknade skillnader för scenariot med mycket lågfrekvent efterfrågan. Som framgår av tabellen är skillnaderna mellan månadsbaserade och direktberäknade standardavvikelser genomgående försumbara för praktiskt bruk oavsett ordernas lagercykeltider och ledtider. Även skillnaderna mellan direktberäknade och dagbaserade standardavvikelser är försumbara vid lagercykeltider motsvarande 10 dagar och mindre. För längre lagercykeltider är de dagbaserade standardavvikelserna klart större än de direktberäknade och de ökar också med ökande ledtider. Förhållandena är desamma oavsett om lika, multipla eller varierande lagercykler används.

Några systematiska slutsatser med avseende på hur sambandet mellan lagercykeltider och ledtider påverkar graden av missöverensstämmelse mellan direktberäknade standardavvikelser och dagbaserade respektive månadsbaserade är inte heller för efterfrågescenario 2 och 3 möjliga att dra.

5 Sammanfattning och slutsatser

Det finns en omfattande teori för att beräkna och använda standardavvikelser för säkerhetslagerdimensionering. Trots detta föreligger det vid praktisk tillämpning av teorierna ett antal svårigheter och oklarheter som inte är särskilt väl diskuterade och behandlade i litteraturen. I det projekt som redovisas i den här rapporten behandlas det problem som hänger samman med att det uppstår cykliska efterfrågemönster i centrallager som försörjer ett begränsat antal lager, i princip vare sig det är fråga om kunders lager eller lo-

kala lager i en distributionsstruktur. Sådan korrelation leder till att den formel som ofta används för att ledtidjustera standardavvikelser och som beräknas för andra periodlängder än ledtiden inte ger tillfredsställande värden, exempelvis beräknade baserat på standardavvikelse per dag eller per månad. Resultat och slutsatser från de analyser och utvärderingar som genomförts kan sammanfattas enligt följande.

Vid beräkning av standardavvikelser under ledtid med hjälp av ledtidskorrigerig av standardavvikelser per dag erhålls värden som är mycket större än direktberäknade ledtidsstandardavvikelser. I merparten av de fall som studerats för scenariot med hög efterfrågan rör det sig om mer än dubbelt för stora värden och oavsett om lika stora, multipla eller varierande lagercykeltider används i de lokala lagren. För efterfrågescenariot med låg efterfrågan är skillnaderna mer måttliga men fortfarande inte försumbara. Endast för efterfrågescenariot med mycket låg efterfrågan är skillnaderna för praktiskt bruk försumbara.

Beräknas i stället standardavvikelserna under ledtid med hjälp av ledtidskorrigerig av standardavvikelser per månad erhålls värden som i huvudsak alltid är mindre än direktberäknade standardavvikelser. Skillnaderna är mindre jämfört med motsvarande för dagbaserade standardavvikelser men med ett undantag inte försumbara. Undantaget avser fallet där ledtiden är lika med en månad. På motsvarande sätt som för dagbaserade standardavvikelser blir skillnaderna mindre ju mer lågfrekvent efterfrågan är.

Inga tydliga och enkla samband avseende skillnader i sätten att beräkna standardavvikelser som funktion av mer eller mindre lika lagercykeltider, ledtider och antalet lager har kunnat identifieras annat än att dagbaserade standardavvikelser genomgående är klart större än direktberäknade standardavvikelser och att månadsbaserade standardavvikelser praktiskt taget genomgående är mindre.

Den övergripande slutsats som kan dras från de erhållna resultaten är att standardavvikelser för efterfrågan under ledtid i lager som försörjer ett antal andra lager bör direktberäknas och inte baseras på ledtidskorrigerig av standardavvikelser per dag eller per månad. Det enda undantaget utgör efterfrågescenarier med mycket lågfrekvent efterfrågan.

Referenser

Andersson, J. – Ljungfeldt, S. – Wandel, S. (1970) Produktionsstyrning, Studentlitteratur.

Brown, R. (1967) Decision rules for inventory management, Holt, Rinehart & Winston.

Brown, R. (1977) Materials management systems, John Wiley & Sons.

Flagan, M. (1984) Determination of safety stock: A practical approach, APICS's Conference Proceedings, Production & Inventory Control and Planning, sid 84-88.

Hax, A. – Candea, D. (1984) Production and inventory management, Prentice-Hall.

Mattsson, S-A. (2007) Standardavvikelser för säkerhetslagerberäkning, Forskningsrapport ISRN LUTMDN/TMTP – 31 22 - SE, Institutionen för Teknisk ekonomi och logistik, Lunds Tekniska Högskola.

Plossl, G. (1985) Production and inventory control – Principles and techniques, Prentice-Hall.

Silver, E. – Peterson, R. (1985) Decision systems for inventory management and production planning, John Wiley & Sons.

Silver, E. – Pyke, D. – Peterson, R. (1998) Inventory management and production planning and scheduling, John Wiley & Sons.