

Användning av glidande medelvärde och exponentiell utjämning

Stig-Arne Mattsson

Sammanfattning

För att kunna styra lager och producerande verksamheter krävs tillgång till information om framtida efterfrågan. Detta behov tillgodoses med hjälp av prognostisering. I företaget används sen lång tid tillbaka olika prognosmetoder för att åstadkomma denna prognostisering. Bland de metoder som används tillhör exponentiell utjämning och glidande medelvärde de vanligaste. För det projekt som redovisas i den här rapporten har syftet varit att bidra med konkreta riktlinjer för val av de parametrar som påverkar prognoskvaliteten mätt som absolut medelprognosfel, systematiskt prognosfel och grad av instabilitet från period till period.

Med exponentiell utjämning erhålls vid slumpmässig efterfrågan utan inslag av trender eller säsongvariationer signifikant bättre prognoskvalitet mätt som absolut medelprognosfel genom att använda α -värden i storleksordningen 0,05. Med avseende på systematiska fel är prognoskvaliteten i huvudsak likvärdig för olika α -värden. Även med avseende på grad av instabilitet är α -värden på storleksordningen 0,05 klart fördelaktiga jämfört med högre alfavärden. I efterfrågefall med trend och måttligt varierande efterfrågan kring denna trend erhålls bäst prognoskvalitet för α -värden på storleksordningen 0,2 och 0,4. Varierar efterfrågan mycket kring trenden ger α -värden på 0,05 och 0,1 bättre resultat. Det procentuella medelprognosfelet och därmed det systematiska prognosfelet minskar med ökande α -värden medan instabiliteten i prognosen ökar med ökande α -värde. Vid säsongvarierande efterfrågan blir prognoskvaliteten bäst vid mycket små α -värden.

Vid slumpmässig efterfrågan utan inslag av systematiska förändringar av typ trender eller säsongvariationer får man signifikant bättre prognoskvalitet genom att använda storleksordningen 18 perioder. Vid låg men mycket varierande efterfrågan förefaller exponentiell utjämning med α -värde på 0,05 alltid vara att föredra framför glidande medelvärde oavsett antal perioder. När glidande medelvärden används i efterfrågefall med trend och måttligt varierande efterfrågan kring denna trend erhålls bäst prognoskvalitet för storleksordningen 6 perioder medan storleksordningen 18 perioder ger bättre kvalitet om efterfrågan varierar kraftigt. Det procentuella medelprognosfelet och därmed det systematiska prognosfelet minskar med minskande antal perioder medan det omvända gäller för instabiliteten i prognosen som ökar med minskande antal perioder, speciellt vid starkt varierande efterfrågan. Vid säsongmässigt varierande efterfrågan ger glidande medelvärde med 12 perioder bäst prognoskvalitet.

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Det som karakteriserar lagerstyrda verksamheter är att leveranstiden till kund kan göras kortare än leveranstiden från den leverantör som försörjer lagret. Detta gäller vare sig kunden är den egna monteringen/sluttillverkningen och leverantören den egna detaljtillverkningen alternativt en extern leverantör, eller att kunden är ett externt företag eller individ och leverantören den egna produktionen eller en extern leverantör. Att kunna åstadkomma dessa korta leveranstider ut till kund i förhållande till leveranstider in till lager är själva grundidén och den konkurrensfördel man vill uppnå med att leverera från lager. Leverans från lager under sådana villkor medför emellertid också att den information om framtida efterfrågan som alltid krävs för att styra inleveranser till lager måste bygga på uppskattningar av framtida efterfrågan, dvs. efterfrågan på lagerförda artiklar måste prognostiseras som underlag för styrningen.

1.2 Problembeskrivning och forskningsfråga

Ett stort antal olika prognostiseringsmetoder för material- och produktionsstyrning har utvecklats och ett antal av dessa används i industrin. Grovt kan metoderna delas in i bedömningsmetoder och beräkningsmetoder. Bedömningsmetoder för prognostisering avser metoder som i första hand bygger på individers erfarenheter och mer eller mindre välgrundade manuella bedömningar av framtida efterfrågan medan beräkningsmetoder bygger helt eller nästan helt på matematiska beräkningar med utgångspunkt från tidsserier över försäljning, förbrukning eller andra typer av efterfrågehistorik. Bland beräkningsmetoderna är det framför allt glidande medelvärdeметoden och exponentiell utjämning som används industriellt för operativ styrning.

Dessa båda metoder är väl beskrivna och dokumenterade i litteraturen och från den utgångspunkten tekniskt sett lätta att införa och använda. Det finns i allmänhet också stöd för att använda dem i de affärssystem som finns på marknaden. I båda fallen styrs prognosmetodernas beteende och därmed prognosutfallet av en parameter, i fallet glidande medelvärde av det antal prognosperioder som inkluderas i medelvärdesberäkningen och i fallet exponentiell utjämning av den så kallade utjämningskonstanten.

Med hjälp av dessa parametrar påverkar man hur följsamma man vill att prognoserna skall vara vid trender eller andra systematiska efterfrågeförändringar respektive hur stabila man vill att de skall vara mot slumpmässiga fluktuationer. Allmänt sett medför ett stort antal perioder vid glidande medelvärde respektive en låg utjämningskonstant vid exponentiell utjämning att prognoserna blir stabila mot slumpmässiga efterfrågevariationer men anpassar sig långsamt till systematiska förändringar. Att välja lämpliga parametervärden med utgångspunkt från den efterfrågesituation man har är följaktligen väsentligt. Mot denna bakgrund kan man formulera följande forskningsfråga.

- Vilka värden bör man använda på de parametrar som styr prognosberäkningen med hjälp av glidande medelvärde respektive exponentiell utjämning och vad betyder valet av parametervärden för prognoskvaliteten.

1.3 Syfte och avgränsningar

Syftet med det projekt som redovisas i den här rapporten är att testa och analysera vad olika parametervärden betyder för prognoskvaliteten när man använder glidande medelvärde och exponentiell utjämning för prognostisering som underlag för operativ styrning. Syftet är också att på grundval av de resultat som erhålls formulera enkla riktlinjer som underlag för att välja parametervärden vid praktisk tillämpning av metoderna.

Av de olika varianter av exponentiell utjämning som finns, behandlas endast den variant som kallas enkel exponentiell utjämning. Följaktligen har endast fall där efterfrågan är slumpmässig eller har en liten eller måttlig trend eller säsongvariation inkluderats i analyserna. För fall där efterfrågan har stora inslag av trender och stora säsongvariationer krävs andra varianter av exponentiell utjämning alternativt användning av trendhantering och säsongrensningmetoder som komplement till enkel exponentiell utjämning.

2 Teoretiska utgångspunkter

2.1 Parametersättning i litteraturen

I litteraturen är val av lämpliga parametervärden mycket lite och ytligt behandlat. I allmänhet förekommer endast allmänna riktlinjer av det slag som beskrevs ovan avseende stabilitet mot slumpfluktuationer och följsamhet vid systematiska förändringar. Vad parametervärden betyder för prognoskvaliteten är inte heller särskilt väl behandlat.

Riktlinjer för parametern antal perioder att inkludera vid glidande medelvärdeberäkning har endast hittats i två källor. Silver och Peterson (1985, sid 104) anger att det antal perioder som används sträcker sig från 3 till 12 perioder medan Hanke och Reitsch (1989, sid 89) påpekar att antalet perioder bör väljas så att man täcker in ett helt år så att eventuella säsongvariationer kan utjämnas. Det innebär exempelvis att antalet perioder bör vara 4 om man har kvartal som prognosperiod och 12 om man har månad som prognosperiod. Enligt min erfarenhet är 12 perioder om vardera en månad eller fyra veckor det parametervärde som är vanligast använt i industrin.

De anvisningar som finns rörande utjämningskonstanten vid exponentiell utjämning kan illustreras med hjälp av följande sammanställning:

”For an established product as distinct from a new, α in practice is often given a value of 0,1, 0,15 or 0,2. Probably the most common value is 0,1” (Battersby, 1970, sid 60).

”As a general rule, the literature recommends values for α within the range 0,01 to 0,3, a value of 0,1 being a satisfactory compromise” (Hax – Candea, 1984, sid 158). Samma intervall förordas av Tersine (1994, sid 54), Sullivan och Claycombe (1977, sid 91), Silver och Peterson (1985, sid 125) samt Narasimhan m. fl. (1995, sid 146). Sullivan och Claycombe påpekar också att man inte skall tveka att använda högre värden om det skulle ge bättre resultat.

“Past experience indicates that 0,3 works best as the smoothing constant” (Guelzo, 1986, sid 139)

“From years of experience I have found that an alfa level of 0,3 is a good compromise” (Bodenstab, 1993, sid 48).

“The α is typically chosen between 0,2 and 0,4” (Brander, 1995, sid 17).

“Values of α of either 0,1 or 0,2 are useful compromise figures which are often used in practice” (Lewis, 1997, sid 29).

”I praktiken hamnar ofta α -värdet mellan 0,05 – 0,3” (Olhager, 2000, sid 160). Samma intervall förordas av Lewis (1975, sid 13) med tillägget att det i praktiken oftast är 0,1.

”In actual practice companies probably do not spend much time fine-tuning the alpha factor. In general a part that is experiencing a small upward or downward trend may have a factor in the 0,1 to 0,2 range. For parts with steady demand over a long time frame, alpha factor is essentially immaterial” (Bernard, 1999, sid 249). Den enda slutsats man kan dra av dessa riktlinjer är att små värden på α är att föredra. Detta hävdas också av Wilson och Keating (2002, sid 106) som menar att ”in practice relatively small values of α generally works best when simple exponential smoothing is the most appropriate model”.

I de fall ett enstaka α -värde förordas är 0,1 det tveklöst vanligaste i litteraturen och det är också enligt min erfarenhet det klart vanligaste i de företag som använder exponentiell utjämning som prognosmetod. I stor utsträckning beror detta på att när Brown ursprungligen publicerade metoden (Brown, 1959) använde han värdet 0,1 för att illustrera den. Värdet fördes därefter vidare i lärobok efter lärobok utan att särskilt många reflekterade över om det var det bästa värdet eller ej. Brown har också i en senare bok (Brown, 1977, sid 160) redovisat varför just 0,1 användes vid de första tillämpningarna av metoden. Orsaken var att det krävdes avsevärd processorkapacitet för att utföra multiplikationer i den tidens datorer, i Browns fall en IBM 602. Genom att använda 0,1 behövde man inte multiplicera. Det räckte att ta bort den sista siffran i det efterfrågevärde som utjämningskonstanten skulle multipliceras med.

Det finns ett enkelt samband mellan antalet perioder vid glidande medelvärdesberäkning och α -värdet vid exponentiell utjämning med utgångspunkt från att båda metoderna skall få samma medelålder på ingående efterfrågedata. Detta samband är följande:

$$\alpha = \frac{2}{n+1}$$

där n är lika med antal medtagna perioder. Motsvarigheten mellan antalet perioder vid glidande medelvärdeberäkning och olika värden på α framgår av följande tabell.

<i>Utjämningskonstant</i>	<i>Antal perioder</i>
0,05	39
0,1	19
0,2	9
0,3	6
0,4	4
0,5	3

2.2 Mått på prognoskvalitet

För att analysera och utvärdera hur väl en prognosmetod fungerar har ett antal olika mått utvecklats. Dessa mått är uttryck för prognoskvaliteten under ett antal perioder genom att prognosen projiceras olika långt in i framtiden. Samtliga bygger på att först beräkna prognosfelet per period, dvs. skillnaden mellan prognostiserad och verklig efterfrågan under en prognosperiod. Wilson och Keating (2002, sid 23) definierar följande sex vanligt använda mått på prognosfel:

- Medelprognosfelet (Mean error, ME)
- Absoluta medelprognosfelet (Mean absolute deviation, MAD)
- Procentuella medelprognosfelet (Mean percentage error, MPE)
- Procentuella absoluta medelprognosfelet (Mean absolute percentage error, MAPE)
- Medelkvadratfelet (Mean squared error, MSE)
- Roten ur medelkvadratfelet (Root-mean-squared error, RMSE)

Av dessa mått representerar ME och MPE den utsträckning i vilken prognosen ligger systematiskt för högt eller för lågt i förhållande till verklig efterfrågan. Övriga mått är uttryck för hur mycket prognoserna i medeltal avviker från verklig efterfrågan oavsett om prognos eller verklig efterfrågan under enskilda perioder är störst, dvs. de är uttryck för prognosens spridning relativt verklig efterfrågan och för det man oftast förknippar med begreppet prognosnoggrannhet. Om prognosen är medelvärdesriktig är de också uttryck för hur mycket efterfrågan varierar över tiden. RMSE är i stort sett detsamma som standardavvikelsen för prognosfelen.

I den här studien har MAD valts som mått på prognosnoggrannhet och MPE som mått på förekommande systematisk prognosavvikelse. Valet av MAD motiveras av att det är det vanligaste i praktiken använda spridningsmåtten i lagerstyrningssammanhang. MPE väljs därför att betydelsen av värdet som mått på prognoskvalitet är jämförbart eftersom det uttrycker medelprognosfelet i förhållande till den prognostiserade efterfrågans storlek. MPE har beräknats per tre perioder.

Prognoser påverkar de planer som görs för att styra materialflöden och när nya order skall läggas ut till den egna tillverkningen eller till externa leverantörer. Ändrar sig prognoserna från period till period kan det medföra att dessa planer också måste ändras och att uteliggande order måste planeras om. Återspeglar prognosändringen verkliga efterfrågeförändringar kan det vara rimligt att försöka genomföra sådana planändringar eller omplaneringar av uteliggande order. Om prognosändringen i stället snarast uppstår därför att prognosberäkningarna överreagerar på slumpmässigt uppträdande efterfrågetoppar eller dalar kan prognosändringarna leda till onödiga omplaneringar. Man får det som brukar kallas systemnervositet som innebär att planerade order i viss utsträckning av planeringssystemet utsätts för förslag om tidigare- respektive senareläggning utan att det finns några reella efterfrågeändringar bakom förslagen.

För att också vid utvärderingen av olika prognosmetoder och prognosparametrar fånga upp den här dimensionen av prognoskvalitet har ett tredje mått utvecklats här. Måttet kallas instabilitetsindex, ISI och definieras på följande sätt:

$$ISI = \frac{((P(t-1) - P(t)) - (P(t) - P(t+1))) \cdot 100}{(P(t-1) + P(t) + P(t+1)) / 3}$$

där $P(t)$ avser prognosen under period t .

Instabilitetsindexet är ett mått på i vilken utsträckning den prognostiserade efterfrågan växlar mellan att öka och minska i på varandra följande perioder. Genom att måttet är uttryckt i procent ger det en uppfattning om hur stora dessa växlingar är i förhållande till prognosvärdet per period.

3 Analys- och utvärderingsmetodik

För att analysera vilken prognoskvalitet man kan uppnå med exponentiell utjämning och glidande medelvärde för olika parametervärden har en slumpmässig efterfrågan per dag genererats. För att bli så verklighetsnära som möjligt har den skapats genom att kombinera slumpmässigt bestämda orderkvantiteter med slumpmässigt bestämda antal order per dag.

Fyra olika grundläggande efterfrågescenarier har använts. Ett scenario avser artiklar med många order per period och med små kvantiteter på varje order. Detta scenario kallas Handel. Scenariot speglar ett förhållande inom detaljhandel och ordena utgörs av kundorder. Det andra scenariot kallas Tillverkning1 och karakteriseras av relativt få order per period men med stora orderkvantiteter. Det speglar situationen för komponenter och halvfabrikat som reserveras mot tillverkningsorder för tillverkning av slutprodukter. Scenario tre kallas Tillverkning2. Det karakteriseras av mycket få order per period och stora orderkvantiteter. Det speglar samma situation som Tillverkning1 med skillnaden att det rör sig om färre tillverkningsorder och därmed lägre frekvens på behoven. Det fjärde scenariot kallas Reservdelar och karakteriseras av mycket få order med små kvantiteter. Ordena utgörs av kundorder och scenariot speglar situationen i ett reservdelslager. Karakteristik för de fyra grundscenarierna sammanfattas i tabell 1. Andelen perioder utan efterfrågan är 0,7 % för Tillverkning1, 37 % för Tillverkning2 och 59 % för Reservdelar. I handelsscenariot förekommer efterfrågan i samtliga perioder. Totalt har för varje scenario 20 efterfrågesituationer vardera omfattande 48 perioders efterfrågan genererats som underlag för analyserna.

Tabell 1 Efterfrågekarakteristik för de fyra olika grundscenarierna

<i>Scenario</i>	<i>Antal order per 4 perioder</i>	<i>Orderkvantitet</i>	<i>Variationskoefficient per 4 perioder</i>
Handel	50 stycken	1 – 5 stycken	0,16
Tillverkning1	5 stycken	10 – 50 stycken	0,48
Tillverkning2	1 stycken	10 – 50 stycken	1,05
Reservdelar	0,5 stycken	1 – 3 stycken	1,48

För att verifiera att den genererade efterfrågan är slumpmässig har den testats med avseende på förekomst av autokorrelation. Autokorrelation definieras av Hanke och Reitsch (1989, sid 144) som "the extent to which a time series variable, lagged one or more pe-

riods, is correlated with itself". En korrelationskoefficient i närheten av 0 innebär att det inte finns något samband mellan efterfrågan i en period och efterfrågan i följande period och därmed att efterfrågan varierar slumpmässigt från period till period. Förekomst av korrelation har testats med avseende på samband mellan efterfrågan i på varandra följande perioder. Resultaten av beräkningarna visas i tabell 2. Som framgår av tabellen är korrelationen i efterfrågan från period till period praktiskt taget försumbar. Den periodvisa efterfrågan uppfyller följaktligen rimligt ställda krav på slumpmässighet.

Tabell 2 Korrelationskoefficienter för den slumpmässigt genererade efterfrågan för de olika scenarierna

<i>Scenario</i>	<i>Korrelationskoefficient</i>
Handel	-0,002
Tillverkning1	-0,023
Tillverkning2	-0,018
Reservdelar	0,054

Från den slumpmässigt genererade efterfrågan har för scenario Handel och Tillverknings1 fall med positiv och negativ autokorrelation skapats. Positiv autokorrelation från period till period har skapats genom att från den ursprungligt genererade efterfrågan generera en ny efterfrågetidsserie med hjälp av följande formel:

$$DPK(t) = k \cdot DS(t) + (1-k) \cdot DS(t-1)$$

där $DPK(t)$ = positivt korrelerade efterfrågan i period t
 $DS(t)$ = slummässig efterfrågan i period t
k = en konstant

Värdet på konstanten har satts till 0,7 för att få en måttlig positivt korrelerad efterfrågan. Negativ autokorrelation har på motsvarande sätt skapats med hjälp av följande formel:

$$DNK(t) = ((1+k) \cdot DS(t) - (1-k) \cdot DS(t-1)) / 2k$$

där $DNK(t)$ = negativt korrelerade efterfrågan i period t
 $DS(t)$ = slummässig efterfrågan i period t
k = en konstant

Värdet på konstanten k har satts till 0,5 för att få en måttlig negativt korrelerad efterfrågan med en korrelationskoefficient som motsvarar det positivt korrelerade fallet. Korrelationskoefficienter för de olika fallen visas i tabell 3.

Tabell 3 Korrelationskoefficienter för olika fall av korrelerad efterfrågan

<i>Korrelationsfall</i>	<i>Korrelationskoefficient</i>
Handel - Positiv korrelation	0,363
Handel - Negativ korrelation	-0,305
Tillverkning1 – Positiv korrelation	0,353
Tillverkning1 – Negativ korrelation	-0,306

För Handel har en trend motsvarande 10 % ökning av efterfrågan per år och en motsvarande 20 % skapats genom att addera motsvarande trend per period till den slumpmässigt genererade efterfrågan. För Tillverkning1 och Tillverkning2 har en trend motsvarande 10 % ökning av efterfrågan per år skapats genom att multiplicera efterfrågan per period i perioder vars efterfrågan inte är 0 med periodvis ökande konstanter. Slutligen har ett fall med säsongvarierande efterfrågan för Handel skapats genom att överlagra den slumpmässigt genererade efterfrågan med säsongindex. Dessa säsongindex varierar från 0,4 till 1,6. För varje efterfrågefall har 20 olika tidsserier genererats, vardera omfattande 48 perioder. Om man vill kan detta uppfattas som 4 år med vardera 12 månader men analyserna är inte bundna till periodlängd månad. Resultaten är oberoende av vilken längd en period har. Varje tidsserie föregås av 24 perioder med samma efterfrågan för att undvika att utvärderingen påverkas insvängningseffekter. Som startprognos för dessa 24 perioder har medelefterfrågan under samtliga tidsserier använts.

Slumpgenerering av antal order och orderkvantiteter samt beräkning av efterfrågan per period för de sammanlagt tretton olika efterfrågefallen har genomförts med hjälp av Excel. Likaså har samtliga prognosberäkningar och beräkningar för utvärdering av prognoskvalitet gjorts med hjälp av Excel.

För samtliga efterfrågefall har prognoser skapats för vardera av de 20 gånger 48 perioder som utvärderingen omfattar plus prognoser för de perioder som utgör insvängningsintervallet, dels med hjälp av glidande medelvärde med 6, 12 respektive 18 perioder och dels med hjälp av exponentiell utjämning med α lika med 0,05, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4 respektive 0,5.

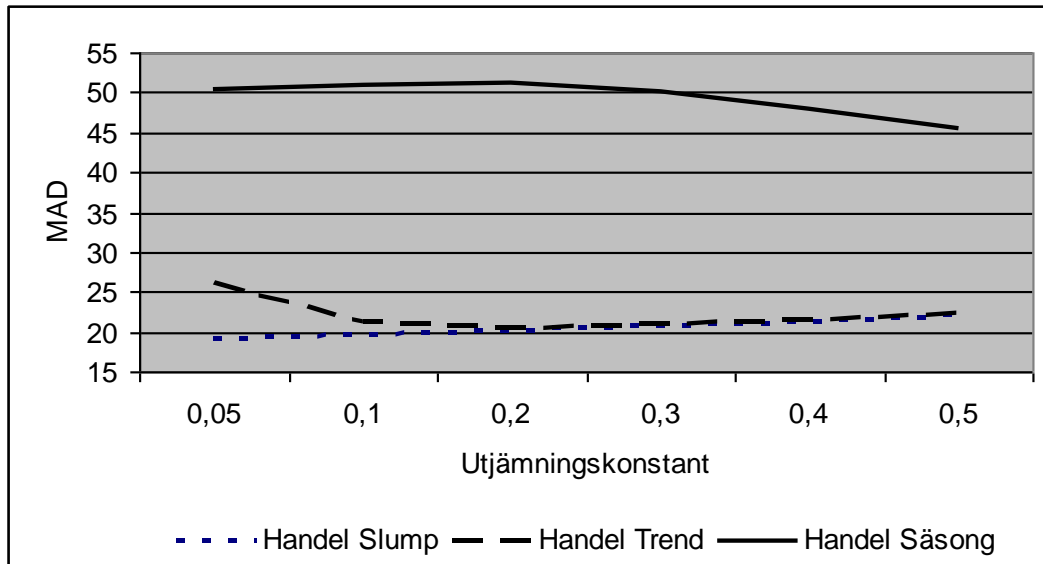
Som framgått av föregående avsnitt har tre olika mått använts för att avgöra kvaliteten i de prognoser som genererats för varje kombination prognosmetod/parametervärde: Absoluta medelprognosfelet MAD, procentuella medelprognosfelet MPE samt instabilitetsindexet ISI. För alla dessa tre mått har absolutvärden jämförts för de olika prognosmetod/parameter-kombinationerna. För MAD har dessutom parvisa jämförelser gjorts med avseende på de 20 efterfrågeperioderna. Eftersom $\alpha = 0,1$ är det klart mest använda värdet på utjämningskonstanten har samtliga kombinationer jämförts med de MAD som erhålls med hjälp av exponentiell utjämning med detta α -värde.

20 observationer kan betraktas som ett litet stickprov. Av den anledningen har t-fördelningen använts för att göra signifikansuttalanden. Utvärderingen har gjorts för fyra olika periodlängder: 1, 2, 3 respektive 4 prognosperioder. Prognoskvaliteten har med andra ord också mätts med avseende på hur långt in i framtiden prognoserna projiceras utan att trend- eller säsonganpassas. Användning av prognoser för flera perioder framåt i tiden är exempelvis aktuellt vid lagerstyrning om ledtiden är längre än en prognosperiod och vid huvudplanering för att generera planerade tillverkningsorder under en önskat lång planeringshorisont.

4 Resultat och analyser

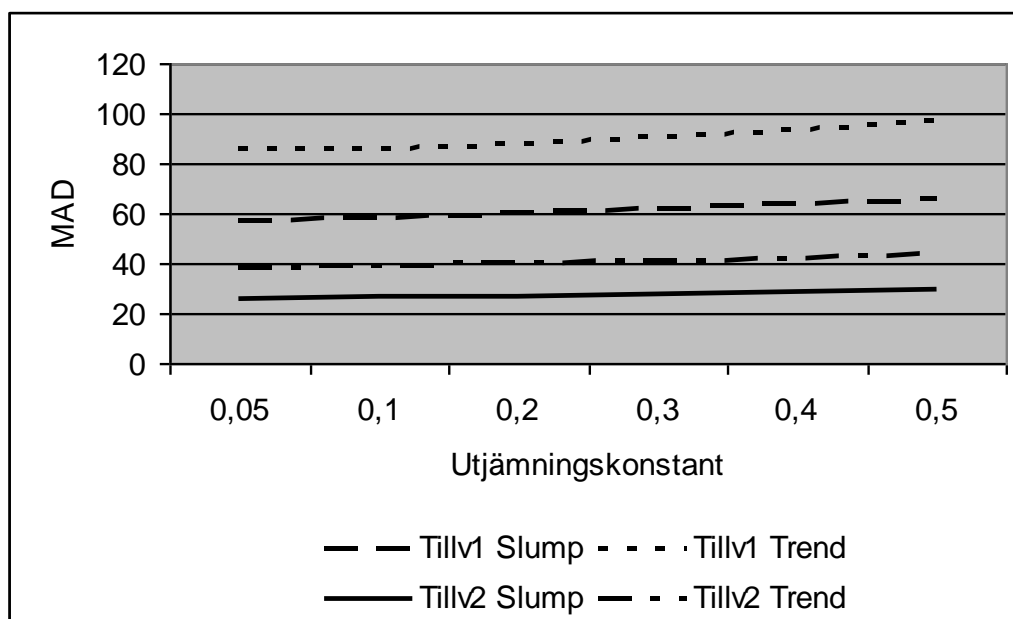
Resultaten av att använda de olika kombinationerna av prognosmetod och parametervärde med avseende på det absoluta medelprognosfelet MAD visar att med undantag för

fall med trend och säsongvariation blir prognoser baserade på exponentiell utjämning mest korrekta med avseende på absolut medelavvikelse då utjämningskonstanten sätts till 0,05. Med andra ord ger det lägsta värdet på α bäst prognoskvalitet i detta avseende och ju högre α -värde desto sämre prognoskvalitet. Detta gäller oavsett över hur många prognosperioder som prognoskvaliteten mäts, och oavsett hur varierande efterfrågan är mätt som variationskoefficientens storlek.



Figur 4.1 MAD som funktion av α för tre olika efterfrågefäll för scenario Handel

Skillnaderna mellan MAD för Exp(0,05), dvs. det MAD som erhålls vid exponentiell utjämning med $\alpha = 0,05$, och MAD för övriga värden på utjämningskonstanten blir större ju längre prognoshorisonten är. Detta gäller båda i absoluta och relativa tal. Förhållandet kan tolkas så att det är mer och mer betydelsefullt att välja en låg utjämningskonstant ju längre den beräknade prognosen skall projiceras in i framtiden. Hur MAD förändras vid användning av olika stora utjämningskonstanter för fallen Handel/Slump, Handel/Trend och Handel/Säsong illustreras i figur 4.1 och för fallen Tillverkning1/Slump, Tillverkings1/Trend, Tillverkning2/Slump och Tillverkning2/Trend i figur 4.2.



Figur 4.2 MAD som funktion av α för vardera två olika efterfrågefäll för scenario Tillverkning1 och Tillverkning2

Av resultaten med avseende på storleken på MAD vid användning av exponentiell utjämnning kan det för övrigt noteras att oavsett värde på α blir MAD klart mindre när efterfrågan är positivt korrelerad och klart större när den är negativt korrelerad jämfört med helt slumpmässig efterfrågan. Detta gäller både handelsscenariot och tillverkning1-scenariot. Att så är fallet förefaller rimligt eftersom positiv korrelation innebär att höga efterfrågevärden tenderar att följas av höga värden och låga av låga medan motsatsen gäller för negativ korrelation. Det blir då lättare för prognosmetoden att följa den verkliga efterfrågan och därmed blir avvikelserna mindre.

De parvisa jämförelserna visar att för efterfrågefällen Handel/Slump, Tillverkning1/Slump och Tillverkning2/Slump ger $\text{Exp}(0,1)$ signifikant bättre prognoskvalitet på 0,05 % nivå än exponentiell utjämnning med högre utjämningskonstanter medan $\text{Exp}(0,05)$ är signifikant bättre än $\text{Exp}(0,1)$. Skillnaderna är inte försumbara. Exempelvis ger $\text{Exp}(0,3)$ 8 % högre MAD än $\text{Exp}(0,05)$ vid en prognoshorisont på en period. Vid längre prognoshorisonter är skillnaderna än större. Förhållandena är i huvudsak desamma för fallen med positiv och negativ korrelation utom vid korta prognoshorisonter och låga värden på utjämningskonstanten där metod/parameterkombinationerna är statistiskt likvärdiga.

Resultaten vid tillämpning av glidande medelvärde motsvarar de som erhållits med exponentiell utjämnning för fallen med slumpmässig och korrelerat slumpmässig efterfrågan. Den bästa prognoskvaliteten erhålls när flest perioder inkluderas i prognosberäkningarna, dvs. när antalet perioder är valda så att man får maximal utjämnings effekt i förhållande till följsamhetseffekt. Eftersom 18 perioder ungefär motsvarar ett α -värde på 0,1 kan man med tanke på de resultat som erhållits med exponentiell utjämnning förmoda att prognostisering med ytterligare fler perioder skulle ge ännu bättre prognoskvalitet.

De parvisa jämförelserna visar att $\text{Gmv}(12)$, dvs. glidande medelvärde med 12 perioder, är likvärdig med $\text{Exp}(0,1)$ för samtliga fall med slumpmässig och korrelerat slumpmäs-

sig efterfrågan. Gmv(6) är i samtliga fall signifikant sämre än Exp(0,1) medan Gmv(18) i huvudsak är likvärdig med Exp(0,1) vid slumpmässig och positivt korrelerad efterfrågan men signifikant bättre vid negativt korrelerad efterfrågan. Eftersom motsvarande förhållanden gäller för låga α -värden indikerar resultaten att det vid fall av negativt korrelerad efterfrågan är än viktigare att använda låga α -värden respektive många perioder än om efterfrågan är rent slumpmässig eller positivt korrelerad.

För reservdelsfallet som karakteriseras av liten men mycket varierande efterfrågan föreligger inga signifikanta skillnader i prognoskvalitet med avseende på vilket α -värde som används vid exponentiell utjämning vid en prognoshorisont på en period. Om däremot prognosen projiceras mer än en period in i framtiden blir prognoskvaliteten signifikant bättre för Exp(0,05) och signifikant sämre för övriga α -värden jämfört med Exp(0,1). Glidande medelvärde för samtliga alternativ med olika många perioder är signifikant sämre än Exp(0,1) på 0,5 %-nivån utom för fallet med 6 perioder. Glidande medelvärde är då likvärdigt med Exp(0,1). Detta förhållande kan förklaras av att både efterfrågan och prognoser för reservdelsscenarioet rör sig om små tal och sättet att avrunda skiljer sig åt vid prognostisering och beräkning av MAD mellan exponentiell utjämning och glidande medelvärde. Slutsatsen blir att om man vid prognosberäkning med exponentiell utjämning utgår från det ej avrundade värdet på föregående prognos utan endast använder det avrundade värdet vid användning av prognosen för planeringsändamål och lagerstyrning så är exponentiell utjämning med α -värden på 0,05 och 0,1 alltid att föredra framför glidande medelvärde oavsett antal perioder.

De enda efterfrågefall där exponentiell utjämning med $\alpha = 0,05$ ger sämre prognoskvalitet än exponentiell utjämning med övriga utjämningskonstanter är för handelsscenarierna med 10 och 20 % trend. Prognoskvaliteten är signifikant sämre för alla periodlängder och α -värden. De procentuella skillnaderna är mycket stora, vid 20 % trend i allmänhet större än storleksordningen 25 %. I dessa efterfrågefall ger α -värden på 0,2 och 0,3 bättre resultat i de båda handelsscenarierna med trend och i fallet 20 % trend ger även α -värden så höga som 0,4 och 0,5 klart bättre prognoskvalitet än $\alpha = 0,1$. För Tillverkning1/Trend är Exp(0,05) och Exp(0,1) likvärdiga medan alla övriga α -värden ger signifikant sämre prognoskvalitet än Exp(0,1). Motsvarande förhållande gäller för Tillverkning2/Trend men i det fallet ger dessutom Exp(0,05) signifikant bättre prognoskvalitet än Exp(0,1). Det som karakteriserar de båda tillverkningsscenarierna är att efterfrågevariationerna är större än den för handel och att det förekommer perioder utan efterfrågan. Resultaten i de här fallen kan därför tolkas så att ju större efterfrågevariationerna är desto mindre roll spelar storleken på α för att anpassa prognoser till förekommande trender och desto viktigare är prognosmetodens förmåga att utjämna efterfrågetoppar.

För glidande medelvärde kan motsvarande iakttagelser göras som för exponentiell utjämning, dvs. att för handelsscenarierna med trend blir prognoskvaliteten bättre om färre perioder används medan det motsatta förhållandet gäller för de båda tillverkningsscenarierna.

Man skulle kunna förvänta sig att fallet Handel/Säsong skulle ge ungefär samma resultat som det för trend eftersom säsongmässiga svängningar kan karakteriseras som omväxlande upp- och nedåtgående trender. Så är dock inte fallet. För korta periodlängder fås signifikant bättre prognosprecision när $\alpha = 0,05, 0,3, 0,4$ och $0,5$ jämfört med α -värden på $0,1$ och $0,2$. Detta framgår tydligt av figur 4.1. Skillnaderna är utom för α -värdet på $0,5$ inte stora men kan ändå betraktas som anmärkningsvärda. En trolig för-

klaring är att prognoskvaliteten blir bättre vid mycket låga α -värden därför att låga värden ger en så stor utjämnande effekt att även säsongsvängningar jämnas ut. Förklaringen till att även höga α -värden ger hög prognoskvalitet är att de höga värdena skapar förutsättningar för prognosen att följa med de efterfrågesvängningar som säsongvariationen innebär. Av de mellanliggande α -värdena motsvarar $\alpha = 0,1$ 19 perioder med glidande medelvärde och $\alpha = 0,2$ 9 perioder. Den efterfrågehistorik som prognoserna bygger på överbryggas därmed inte en hel säsongcykel samtidigt som utjämnningseffekterna eller följsamhetseffekterna inte är stora nog för att överbrygga inflytandet av den historiska efterfrågans storlek från högsäsong till lågsäsong och vice versa. Om prognoserna projiceras längre in i framtiden än en period, blir förhållandena helt annorlunda. Då är $\text{Exp}(0,05)$ signifikant bättre än $\text{Exp}(0,1)$ och exponentiell utjämning med samtliga högre α -värden blir signifikant sämre.

Av glidande medelvärdealternativen ger 12 perioder klart bäst prognoskvalitet. Detta är naturligt eftersom efterfrågehistoriken annars inte omfattar hela säsongcykler. 6 perioder är för många och 18 perioder för få för att man skall få tillräckliga följsamhetseffekter respektive utjämnningseffekter för att åstadkomma bra prognoser. $\text{Gmv}(12)$ är också signifikant bättre än $\text{Exp}(0,1)$.

Det andra måttet som använts för att värdera den prognoskvalitet som man kan uppnå med alternativa kombinationer av prognosmetod och parametervärden är MPE, dvs. medelprognosfelet i procent. Det visar i vilken utsträckning prognoser ligger systematiskt för högt eller för lågt i förhållande till verklig efterfrågan. En perfekt prognosmetod ger följaktligen noll i medelprognosfel. I analysen har medelprognosfel beräknats per 3 perioder, dvs. per kvartal om använd prognosperiod är en månad.

Av resultaten framgår att skillnaderna i MPE vid användning av de olika prognosmetoderna och parametervärdena för handelsscenarierna med slump och korrelation samt för tillverkningsscenarierna 1 med slump och korrelation är försumbara med ett undantag. Undantaget är Tillverkning1/Negativ korrelation som ger ett betydligt större procentuellt medelprognosfel för $\text{Exp}(0,05)$ än för övriga metod/parameterkombinationer. Någon förklaring till detta fenomen har inte gått att få fram inom ramen för den aktuella studien. Det kan också noteras att skillnaderna mellan erhållna max- och minvärden för MPE, dvs. spridningen i MPE-värden, är obetydlig eller mycket måttlig under de 960 perioder som inkluderats i analysen, oavsett α -värde vid exponentiell utjämning och antal perioder i glidande medelvärdesberäkningen. Även här utgör Tillverkning1/Negativ korrelation ett undantag. För Tillverkning2/Slump och reservdelsscenarioet är skillnaderna i MPE avsevärda för olika parametervärden. Ju lägre α -värde och ju fler perioder, desto mindre blir det systematiska medelprognosfelet. Resultatet kan förklaras av att höga α -värden och få perioder för den mycket varierande efterfrågan det är fråga om i de här fallen medför att prognoserna överreagerar så mycket vid de efterfrågeförändringar som förekommer att man får systematiska prognosfel. $\text{Exp}(0,05)$ ger klart bäst prognoskvalitet i detta avseende. Anledningen till att MPE-värden utelämnats för glidande medelvärde i reservdelsscenarioet är att prognosen vid ett antal tillfällen blir noll under tre på varandra följande tillfällen. Därigenom kan inte MPE beräknas eftersom det medför division med 0.

För alla fyra trendfallen minskar det procentuella medelprognosfelet med ökande α -värden och minskande antal perioder. Detta är ett helt förväntat resultat eftersom stora α -värden och få perioder ökar prognosernas förmåga att följa efterfrågeförändringar.

Skillnaderna i prognoskvalitet mätt som MPE är för dessa trendfall av sådan storleksordning att de måste betraktas som klart betydelsefulla vid val av prognosmetod och parametervärde. Inga påtagliga skillnader i max- och minvärden föreligger för MPE vid olika α -värden och antal perioder.

Av resultaten framgår också att medelprognosfelen vid säsongvariationer för handels-scenariot är måttliga men ökar något i takt med ökande α -värden vid exponentiell utjämning och minskande antal perioder vid glidande medelvärde.

Det tredje kvalitetsmättet som tillämpats vid utvärderingen av de olika prognosmetod/parameter-kombinationerna är instabilitetsindexet som står för i vilken utsträckning den prognostiserade efterfrågan växlar mellan att öka och minska period för period och därmed genererar instabilitet och eventuellt onödiga omplaneringar.

Resultaten i det här avseendet är mycket entydiga. Instabilitetsindexet ökar mycket tydligt med ökande α -värden och minskande antal perioder vilket är förväntat. Alldeles speciellt ökar instabiliteten för de båda tillverkningsscenarierna som karakteriseras av större efterfrågevariationer och inslag av perioder utan efterfrågan. Den ökande instabiliteten gäller också fallen med inslag av trend i efterfrågan vilket innebär att det pris man får betala för en förbättrad följsamhet vid systematiska efterfrågeförändringar är en ökande instabilitet. Instabilitetsindex för reservdelsfallet har inte kunnat beräknas eftersom det förekommer perioder där prognostiserad efterfrågan blir 0.

5 Resultatsammanfattning och slutsatser

I den här studien har den prognoskvalitet, mätt på tre olika sätt, som erhålls vid användning av exponentiell utjämning med olika α -värden och glidande medelvärde med olika många perioder analyserats och värderats på tretton olika efterfrågefall med olika efterfrågekaraktär. De resultat som erhållits och de slutsatser och rekommendationer som kan dras baserat på resultaten sammanfattas nedan.

Exponentiell utjämning

Vid slumpmässig efterfrågan utan inslag av systematiska förändringar av typ trender eller säsongvariationer får man signifikant bättre prognoskvalitet mätt som MAD, dvs. som det absoluta medelprognosfelet, genom att använda α -värden i storleksordningen 0,05. Betydelsen av låga α -värden blir större ju längre in i framtiden prognosen projiceras. Förhållandet gäller oavsett hur varierande efterfrågan är. Med avseende på systematiska fel är prognoskvaliteten likvärdig för olika α -värden med undantag för fall med mycket stora efterfrågevariationer och inslag av perioder utan efterfrågan. Under dessa omständigheter ger α -värden i storleksordningen 0,05 klart bättre prognoskvalitet även i detta avseende. Även med avseende på det tredje måttet på prognoskvalitet, instabilitetsindex, är α -värden på storleksordningen 0,05 klart fördelaktiga jämfört med högre α -värden.

I efterfrågefall med trend och måttligt varierande efterfrågan kring denna trend erhålls bäst prognoskvalitet mätt som MAD för α -värden på storleksordningen 0,2 och 0,4. Varierar efterfrågan mycket kring trenden ger α -värden på 0,05 och 0,1 bättre resultat. I båda fallen är de högre värdena framför allt att föredra vid kraftigare trender medan de

lägre ger bäst resultat vid måttliga trender. Det procentuella medelprognosfelet och därmed det systematiska prognosfelet minskar med ökande α -värden medan instabiliteten i prognosen mätt som instabilitetsindex ökar med ökande α -värde, speciellt vid starkt varierande efterfrågan.

Vid säsongvarierande efterfrågan blir prognoskvaliteten uttryckt som det absoluta medelprognosfelet bäst vid mycket små och relativt stora α -värden när prognoshorisonten är en period. Sträcker sig prognoshorisonten fler perioder in i framtiden ger α -värdet 0,05 bäst prognoskvalitet. Medelprognosfelet vid säsongvariationer är måttliga men ökar något i takt med ökande α -värden. Instabiliteten i prognoserna ökar kraftigt med ökande α -värde.

Glidande medelvärde

Vid slumpmässig efterfrågan utan inslag av systematiska förändringar av typ trender eller säsongvariationer får man signifikant bättre prognoskvalitet mätt som MAD, dvs. som det absoluta medelprognosfelet, genom att använda storleksordningen 18 perioder jämfört med lägre antal perioder. Det finns skäl att tro att prognoskvaliteten skulle bli ytterligare bättre med än fler perioder. Betydelsen av att beakta många perioder blir större ju längre in i framtiden prognosen projiceras och den förbättrade prognoskvaliteten gäller oavsett hur varierande efterfrågan är. Vid låg men mycket varierande efterfrågan förefaller exponentiell utjämning med α -värde på 0,05 alltid vara att föredra framför glidande medelvärde oavsett antal perioder. Med avseende på systematiska fel är prognoskvaliteten likvärdig för olika antal perioder med undantag för fall med mycket stora efterfrågevariationer och inslag av perioder utan efterfrågan. Under dessa omständigheter ger många perioder klart bättre prognoskvalitet. Även med avseende på det tredje måttet på prognoskvalitet, instabilitetsindex, blir prognoskvaliteten bättre om fler perioder ingår i prognosberäkningarna.

När glidande medelvärden används i efterfrågefall med trend och måttligt varierande efterfrågan kring denna trend erhålls bäst prognoskvalitet mätt som MAD för storleksordningen 6 perioder medan storleksordningen 18 perioder ger bättre kvalitet om efterfrågan varierar kraftigt, dvs. variationskoefficienten är hög. Det procentuella medelprognosfelet och därmed det systematiska prognosfelet minskar med minskande antal perioder medan det omvända gäller för instabiliteten i prognosen som ökar med minskande antal perioder, speciellt vid starkt varierande efterfrågan.

Vid säsongmässigt varierande efterfrågan ger glidande medelvärde med 12 perioder bäst prognoskvalitet med avseende på MAD. Medelprognosfelet är vid säsongvariationer måttliga men ökar något i takt med minskande antal perioder. Instabiliteten i prognoserna ökar kraftigt vid få perioder.

Om man väger samman de olika måtten på prognoskvalitet och föreklar resultaten något så att man får en enkel och i praktiken användbara riktlinjer val av prognosmetod och åtföljande parametervärde kan följande beslutstabell erhållas baserat på de erhållna resultaten.

<i>Efterfrågescenario</i>	<i>α-värde vid exponentiell utjämning</i>	<i>Antal perioder vid glidande medelvärde</i>
Slumpmässig efterfrågan med måttliga variationer Låg variationskoefficient	0,05	18
Slumpmässig efterfrågan med stora variationer Hög variationskoefficient	0,05	18(*)
Efterfrågan med trend och måttliga variationer Låg variationskoefficient	0,2 – 0,4(**)	6
Efterfrågan med trend och stora variationer Hög variationskoefficient	0,05 – 0,1(**)	18
Säsongmässigt varierande efterfrågan	0,05	12

(*) Vid mycket låg efterfrågan ger exponentiell utjämning med $\alpha = 0,05$ bättre prognoskvalitet.

(**) De högre värdena vid kraftigare trender.

Referenser

Battersby, A. (1970) Sales forecasting, Penguin Books.

Bernard, P. (1999) Integrated Inventory Management, John Wiley & Sons.

Bodenstab, C. (1993) A new era in inventory management, Hilta Press.

Brander, A. (1995) Forecasting and customer service management, Helbing & Lichtenhahn.

Brown, R. (1959) Statistical forecasting for inventory control, McGraw-Hill.

Brown, R. (1963) Smoothing, forecasting and prediction, Prentice-Hall.

Brown, R. (1977) Materials management systems, John Wiley & Sons.

Guelzo, C. (1986) Introduction to logistics management, Prentice-Hall.

Hanke, J. – Reitsch, A (1989) Business forecasting, Allyn and Bacon.

Hax, A. – Candea, D. (1984) Production and inventory management, Prentice-Hall.

Lewis, C. (1975) Demand analysis and inventory control, Saxon House.

Lewis, C. (1997) Demand forecasting and inventory control, John Wiley & Sons.

Narasimhan, S. – McLeavey, D. – Billington, P. (1995) Production planning and inventory control, Prentice-Hall.

Olhager, J. (2000) Produktionsekonomi, Studentlitteratur.

Silver, E. – Peterson, R. (1985) Decision systems for inventory management and production planning, John Wiley & Sons.

Sullivan, W. – Claycombe, W. (1977) Fundamentals of forecasting, Reston Publishing Company.

Tersine, R. (1994) Principles of inventory and materials management, Prentice-Hall.

Wilson, H. – Keating, B. (2002) Business forecasting, McGraw-Hill.