Överdrag i beställningspunktssystem

Stig-Arne Mattsson

Sammanfattning

De teoretiska modeller som används i praktisk tillämpning för att styra lager, exempelvis olika varianter av beställningspunktssystem, bygger näst intill genomgående på ett antagande om att lageruttag sker kontinuerligt över tiden. Så är naturligtvis inte fallet i verkligheten. Det faktum att uttag från lager i praktiskt taget alla sammanhang snarast är diskreta och representerar relativt sett stora kvantiteter åt gången och inte kontinuerliga leder till att lager underdimensioneras och att man följaktligen inte når de servicenivåer i utleveranserna till kund som man dimensionerat lagren för. Orsaken till detta är att lagersaldot i samband med ett visst uttag kan bli väsentligen lägre än beställningspunkten och att följaktligen den kvantitet som är kvar i lager kan bli för liten för att täcka förekommande efterfrågan under ledtiden.

För att kompensera sig för dessa effekter måste man ta hänsyn till överdragets storlek och variation vid dimensionering av beställningspunkter. I den här studien har en formel för beräkning av överdragens medelvärde och variation analyserats och testats med hjälp av simulering. Den formel som valts bygger på data som normalt är tillgängliga i förekommande affärssystem. De resultat som framkommit vid utvärderingen av formeln kan sammanfattas i följande punkter:

De medelvärden på överdrag som man kan beräkna med hjälp av den använda formeln står väl i överensstämmelse med de värden som man får från en simulerad verklighet. För samtliga simulerad efterfrågefall med olika stor efterfrågevariation ligger formelvärdena inom ett 95 %-igt konfidensintervall. Slutsatsen är därför att formeln för praktiskt bruk kan användas för att uppskatta medelöverdrag med tillfredsställande noggrannhet.

Motsvarande formel för beräkning av överdragens standardavvikelser ger inte värden som med acceptabel noggrannhet står i överensstämmelse de värden som förekommer i en simulerad verklighet. Endast för fall med mycket liten efterfrågevariation ger formeln någorlunda rimlig precision. Efterfrågans standardavvikelse per dag ger en noggrannare förutsägelse på hur stor överdragens standardavvikelse kan komma att bli. Formelvärden ligger i samtliga efterfrågefall inom en felmarginal på +/- 20 % av efterfrågans standardavvikelse per dag.

Teknisk Logistik stig-arne.mattsson@swipnet.se
Lunds Universitet Oktober, 2005

1 Inledning

1.1 Bakgrund

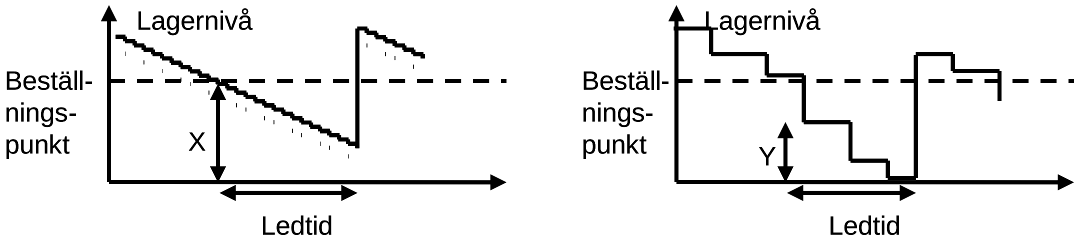
För att på ett effektivt sätt styra materialflöden i försörjningskedjor används modeller av olika slag. Sådana modeller används bland annat för lagerstyrning, exempelvis i beställningspunktssystem, periodbeställningssystem eller täcktidsplanering. En modell utgör en förenklad bild av verkligheten. Att förenklingar måste göras beror på att verkligheten i allmänhet är alltför komplex för att möjliggöra att alla förekommande påverkande och samverkande faktorer kan beaktas. Genom att förenkla den verklighet som man vill studera får man en mer rationell och hanterbar situation. Är det fråga om en operationsanalytisk modell är förenklingen dessutom i regel nödvändig för att man med tillgängliga matematiska och statistiska metoder över huvud taget skall kunna behandla en problemställning.

Eftersom man fattar beslut och drar slutsatser från modeller som utgör förenklade bilder av verkligheten i stället för från verkliga förhållanden är det av avgörande betydelse att modellernas avbildningsförmåga är acceptabelt hög. Det innebär att de faktorer och sambanden mellan dem som modellen beaktar är de som är mest relevanta av alla de som förekommer i den verkliga problemsituationen. Dessutom måste sambandens utseende och egenskaper på ett acceptabelt sätt överensstämma med verklighetens. Om så inte är fallet kan problemlösningen i bästa fall vara optimal från ett teoretiskt perspektiv men mer eller mindre oanvändbar och vilseledande från ett praktiskt problemlösningsperspektiv.

1.2 Problemställningar och forskningsfråga

De modeller som används i praktisk tillämpning för att styra lager, exempelvis olika varianter av beställningspunktssystem, bygger näst intill genomgående på ett antagande om att lageruttag sker kontinuerligt över tiden. Så är naturligtvis inte fallet i verkligheten. Är varje uttag ett eller enstaka styck kan modellernas avbildningsförmåga fortfarande betraktas som tillfredsställande och därmed ge rimligt optimala lösningar. Ju större varje uttag är, desto sämre blir emellertid avbildningsförmågan och desto mindre tillfredsställande blir de lösningar man erhåller.

Effekterna av att lageruttagen i normalfallet är större än ett illustreras för ett beställningspunktssystem i figur 1. Den streckade linjen avser beställningspunkten. I båda fallen, dvs. både i figuren till vänster och i figuren till höger, går lagret under beställningspunkten och följaktligen skall en lagerpåfyllnadsorder läggas ut. I fallet till vänster återstår kvantiteten X för att täcka efterfrågan under tiden framtill nästa inleverans eftersom det uttag som utlöst ny order endast medfört att beställningspunkten underskridits marginellt. I fallet till höger återstår endast kvantiteten Y för att täcka samma efterfrågan eftersom det uttag som utlöst en ny order medfört att beställningspunkten underskridits betydligt mer än i det vänstra fallet.



Figur 1 Beställningspunktssystem utan och med överdrag

Skillnaden mellan beställningspunkten och lagersaldot efter det att beställningspunkten underskridits kallas överdrag (undershoot i engelskspråkig litteratur). Dess värde är som lägst noll och som högst den maximalt förekommande uttagskvantiteten minus ett. Så som traditionellt använda lagerstyrningsmodeller är uppbyggda antas överdraget vara lika med noll och beställningspunkten dimensioneras som förväntad efterfrågan under ledtid plus ett säkerhetslager för att fånga upp osäkerhet och variation i efterfrågan under denna ledtid. Det tas alltså ingen hänsyn till förekommande överdrag. Att bortse från sådana överdrag kan leda till avsevärt för små lager och därmed för låg servicenivå (Hill, 1988). Detta har påvisats av bland andra Janssen – Heuts – de Kok (1998) med hjälp av numeriska beräkningar och Mattsson (2002) med hjälp av simulering.

Det finns två principiella alternativ för att lösa detta problem. Det ena alternativet innebär att man avsiktligt överdimensionerar säkerhetslagret genom att vid dimensioneringen utgå från en högre servicenivå än den man eftersträvar att uppnå. Det andra alternativet innebär att försöka bestämma hur stort överdraget är och hur mycket det varierar för att därigenom vid säkerhetslagerdimensioneringen kunna ta hänsyn till överdragets storlek och variation. Det senare alternativet kan förväntas vara lämpligare eftersom man då i större utsträckning kan basera säkerhetslagrets storlek på fakta och beräkningar och inte på intuition och allmänna bedömningar. Mot denna bakgrund är det av intresse att besvara följande forskningsfråga.

Hur stort är det överdrag som inträffar i beställningspunktssystem och hur mycket varierar det.

1.3 Syfte och avgränsningar

Syftet med det forskningsprojekt som redovisas i denna rapport är att studera i litteraturen förekommande modeller för att beräkna överdrag och dess variation i beställningspunktssystem samt att analysera och testa i vilken utsträckning modellerna ger en tillräckligt tillfredsställande noggrannhet.

Forskningsprojektets inriktning har primärt varit att studera modeller som är möjliga att tillämpa praktiskt i industrin. Eftersom den information om efterfrågan och efterfrågevariationer som finns tillgänglig i förekommande affärssystem är begränsad till medelvärden och standardavvikelser har endast modeller som bygger på tillgång till dessa datauppgifter inkluderats i studien.

1.4 Metodik

För att analysera och värdera de teoretiska modellerna för beräkning av överdrag och överdragsvariationer har simulering med hjälp av ett enkelt beställningspunktssystem använts. Simuleringarna har utförts i Excel och baseras på en slumpgenererad efterfrågan per dag. För att den slumpgenererade efterfrågan skall bli så verklighetstrogen som möjligt har den skapats genom att kombinera slumpmässigt genererade kundorderkvantiteter och slumpmässigt bestämda antal order per dag. Poissonfördelning har valts för antalet order per dag och rektangelfördelning för kundorderstorlekar, dvs den använda efterfrågefördelningen är av compound Poisson typ. Liknande fördelningar har använts av bland andra Friend (1960), Adelsson (1966) och Stijbosch m fl (2000).

Nio fall med olika medelantal order per dag och olika orderstorlekar enligt tabell 1 har simulerats. Fall 1 – 3 motsvarar förhållanden som är karakteristiska för distributionslager med många och små order. Fall 4 -6 motsvarar förhållanden som ofta förekommer för lager av råvaror och komponenter som ingår vid tillverkning av slutprodukter och i grossistlager som försörjer detaljistlager. De karakteriseras av förhållandevis få order med stora orderkvantiteter. Den tre sista fallen avser situationer med få order och små orderkvantiteter, dvs förhållanden som är vanliga i reservdelsverksamheter.

Tabell 1 Efterfrågefördelningar för de nio olika simulerade fallen

Fall	*Medelantal order per dag*	*Orderstorleks-Intervall*	*Medelefterfrågan per vecka*	*Variationskoefficient per vecka*
1	8	2 - 6	160	0,21
2	4	4 - 12	160	0,27
3	2	8 - 24	160	0,35
4	1	16 - 48	160	0,48
5	0,5	32 - 96	158	0,66
6	0,25	64 - 192	157	0,92
7	1	1 - 5	15	0,51
8	0,5	1 - 5	7,5	0,71
9	0,25	1 - 5	3,7	0,97

Den genererade efterfrågan innehåller endast slumpmässiga variationer, dvs den är utan inslag av trendmässiga förändringar eller säsongvariationer. Inga variationer antas föreligga beträffande tillgångar, dvs ledtiderna för påfyllning av lager antas vara konstanta och lika med 3 dagar, levererade kvantiteter antas vara lika med de som inplanerats och lagersaldon antas vara korrekt redovisade.

För varje efterfrågefall har efterfrågevärden med ovanstående fördelningar genererats för tjugo olika artiklar, vardera omfattande transaktioner under 6000 dagar motsvarande en period på 25 år. Orderstorleken vid lagerpåfyllnad har satts till 10 dagars förbrukning och säkerhetslagret har dimensionerats med en servicenivå av typ fyllnadsgrad på 98 %.

För varje lagercykel har förekommande överdrag beräknats. Från de beräknade överdragen har sedan medelöverdrag och överdragens standardavvikelser beräknats. Konfidensintervall motsvarande en konfidensgrad på 95 % har beräknats. Eftersom antalet artiklar är förhållandevis måttligt har t-fördelningen använts vid beräkningen av konfidensintervall.

2 Modeller för överdragsberäkning

I det klassiska beställningspunktssystemet antas lagersaldots storlek i förhållande till beställningspunkten kontrolleras kontinuerligt. Det innebär att varje lageruttagstransaktion kan medföra att beställningspunkten nås eller underskrids och att en lagerpåfyllnadsorder läggs ut. Överdraget kommer då att variera mellan noll och den störst förekommande lageruttagstransaktionen minus ett. Formler för att beräkna medelvärde och standardavvikelse för dessa överdrag finns bland andra redovisade av Heyman och Sobel (1982). En beräkningsalgoritm redovisas också av Baganha m fl (1996).

Dessa beräkningsalgoritmer bedöms vara alltför komplexa för praktiskt bruk. För de syften som är aktuella här har därför en approximativ formel som bland annat härletts Silver och Peterson (1985) använts. Enligt denna approximation kan överdragets medelvärde och standardavvikelse beräknas med hjälp av följande formler.

$$\mu_{överdrag} = \frac{\sigma^2 + \mu^2}{2\mu} - \frac{1}{2} \quad \ldots\ldots(1)$$

$$\sigma_{överdrag} = \sqrt{\frac{\mu^2 + 3\sigma^2}{3} - \left[\frac{\mu^2 + \sigma^2}{2\mu}\right]^2 - \frac{1}{2}} \quad \ldots\ldots(2)$$

där μ = medeluttagskvantiteten
σ = uttagskvantiteternas standardavvikelse

Tijms och Groenevelt (1984) hävdar att dessa approximationer är fullt tillfredsställande förutsatt att variationskoefficienten inte är extremt låg, dvs efterfrågan är mycket jämn. Hill (1988) har kommit fram till liknande slutsatser efter analytiska beräkningar och jämförelser med optimalt beräknade värden.

I verkligheten förekommer aldrig kontinuerlig jämförelse av saldon och beställningspunkter. Praktiskt sett åstadkoms dock samma sak i så kallade transaktionsorienterade system där beställningspunkten jämförs med lagerlagersaldot efter varje saldopåverkande transaktion. Det är emellertid få företag som använder den här typen av system, endast storleksordningen 16 % enligt en enkätundersökning i svenska företag (Jonsson och Mattsson, 2005). Merparten av alla företag använder i realiteten ett periodiskt beställningspunktssystem även kallat periodinspektionssystem, dvs. man inspekterar och jämför saldot med beställningspunkten med en viss periodicitet, exempelvis dagligen. Även om man använder transaktionsorienterade system lägger man sällan ut lagerpåfyllnadsorder direkt när beställningspunkten underskrids utan samlar upp erhållna orderförslag från systemet för att storleksordningen en gång per dag lägga ut inköpsorder till leverantörer eller tillverkningsorder till den egna produktionen. Karaktären av ett periodiskt beställningspunktssystem uppstår också eftersom man sällan använder leveranstidpunkter med högre precision än dag.

Om man har ett periodiskt beställningspunktssystem eller man i praktiken endast lägger ut nya order periodiskt även om man använder ett transaktionsorienterat system måste man vid beräkningen av överdrag också ta hänsyn till att flera kundorder kan ha erhållits under inspektionsintervallet. Hill (1988) har härlett nedanstående uttryck för hur stora kvantiteter man skall lägga till på överdragets medelvärde och standardavvikelse under förutsättning att sannolikheten att beställningspunkten skall underskridas är lika stor oavsett var i inspektionsintervallet man befinner sig när en ny lagertransaktion uppstår. Vid korta inspektionsintervall är detta ett rimligt antagande.

$$\mu_{inspektion} = \frac{\mu * I}{2}$$

$$\sigma_{inspektion} = \sqrt{\frac{\sigma^2 * I}{2} + \frac{(\mu * I)^2}{12}}$$

där I = inspektionsintervallets längd

Nackdelen med att behöva göra dessa i och för sig enkla beräkningar för att beräkna överdragets medelvärde och standardavvikelse är att data om hur stora kundorderna i medeltal har varit och vilken standardavvikelse de haft i allmänhet inte finns tillgängliga som standard i de affärssystem som finns på marknaden.

Enligt den ovan nämnda enkätstudien är inspektions- och beställningsintervall på en dag det klart vanligaste alternativet i svensk industri. 55 % av företagen planerade materialflödena dagligen. Med ett så kort intervall kommer det inte att ha någon nämnvärd betydelse om en kundorder erhålls i början eller slutet av intervallet. Det är därför enligt Lewis (1975, sid 128) rimligt att anta att summa förbrukad kvantitet under ett inspektionsintervall med avseende på överdrag kan betraktas som ett makrouttag. Formlerna 1 och 2 ovan kan då användas för att beräkna överdragens medelvärde och standardavvikelse för fall med korta inspektionsintervall om μ sätts lika med i medeltal förbrukad kvantitet under inspektionsintervallet och σ lika med standardavvikelsen för förbrukningsvariationerna i inspektionsintervallen. Uppgifter om medelförbrukning och standardavvikelse per tidsenhet finns normalt tillgänga i alla affärssystem och beräkningssättet blir därigenom mer praktiskt användbart.

3 Test och analys av överdrag och dess variation

Med hjälp av den simuleringsmodell som beskrevs i avsnitt 1 har verkliga överdrag och variationer i överdrag beräknats för var och en av de sju analyserade fallen. En jämförelse mellan de medelöverdrag som erhållits vid simuleringarna av de olika efterfrågefallen och de medelöverdrag som kan beräknas med hjälp av formeln i föregående avsnitt redovisas i tabell 2. I kolumn analysfall avser den första siffran antal kundorder per dag och den andra medelorderkvantiteten. I tabellen redovisas också konfidensintervallen motsvarande en 95 %-ig konfidensgrad för de från simuleringen beräknade medelöverdragen.

Tabell 2 Medelöverdrag erhållna vid simuleringskörningar respektive beräknade analytiskt

Analysfall	*Medelefterfrågan per dag*	*Simulerade värden*			
		Medelöverdrag	*Övre konf. gräns*	*Undre konf. gräns*	*Medelöverdrag enl. formel*
0,25 – 3	0,74	1,65	1,60	1,69	1,64
0,5 – 3	1,49	2,09	2,03	2,15	2,10
1 – 3	3,00	3,96	2,89	3,04	2,97
0,25 – 128	31,4	82,08	80,47	83,69	81,22
0,5 – 64	31,5	49,48	48,60	50,37	49,25
1 – 32	31,9	33,57	33,06	34,08	33,73
2 – 16	32,0	25,34	24,83	25,85	25,38
4 – 8	32,0	21,00	20,59	21,41	21,15
8 – 4	32,0	19,18	18,84	19,51	19,16

Som framgår av tabellen är överensstämmelsen stor mellan de medelöverdrag som erhållits vid simuleringskörningarna och de motsvarande medelöverdrag som beräknats analytiskt med hjälp av formeln i föregående avsnitt. I samtliga fall ligger formelvärden klart innanför konfidensintervallet. Resultaten stöder sålunda de slutsatser som dragits av Tijms – Groenevelt (1984) och Baganha m fl (1996).

Motsvarande jämförelser mellan överdragens standardavvikelser redovisas i tabell 3. På samma sätt som för medelöverdrag visas också konfidensintervallen motsvarande en 95 %-ig konfidensgrad för de från simuleringen beräknade standardavvikelserna. För de fyra fallen med störst relativ efterfrågevariation är standardavvikelsen så stor att värdet under rottecknet i beräkningsformeln blir negativt. Standardavvikelsen enligt formeln kan därför inte beräknas för dessa fall.

Tabell 3 Överdragens standardavvikelser erhållna vid simuleringskörningar respektive beräknade analytiskt

Analysfall	*Standardavvikelse per dag*	*Simulerade värden*			
		Medelstd. avvikelse	*Övre konf gräns*	*Undre konf gräns*	*Std av enl. formel*
0,25 – 3	1,62	1,90	1,81	1,99	
0,5 – 3	2,35	2,27	2,18	2,36	
1 – 3	3,44	3,16	3,09	3,22	1,64
0,25 – 128	64,4	60,54	59,17	61,90	
0,5 – 64	46,3	39,67	38,54	40,81	
1 – 32	34,2	29,18	28,47	29,89	18,30
2 – 16	25,2	21,78	21,12	22,44	17,43
4 – 8	19,0	17,11	16,81	17,41	15,30
8 – 4	15,3	15,00	14,76	15,23	13,75

I motsats till överdragens medelvärden skiljer sig de standardavvikelser som genererats via simulering och de som beräknats med hjälp av formeln i föregående avsnitt. I inget av fallen ligger den med formeln beräknade standardavvikelsen innanför konfidensintervallet. Det är endast för fallen med liten variationskoefficient som formeln ger ett någorlunda representativt värde. Det föreligger en större överensstämmelse mellan efterfrågans standardavvikelse per dag och överdragets standardavvikelse. För samtliga fall ligger överdragets standardavvikelse inom +/- 20 % av efterfrågans standardavvikelse och för de tre distributionsfallen och de två reservdelsfallen med minst efterfrågevariation inom +/- 10 %. Med utgångspunkt från de fall som analyserats här är följaktligen efterfrågans standardavvikelse per dag mer representativ för överdragets standardavvikelse än de värden på standardavvikelser som kan beräknas analytiskt med hjälp av den använda formeln.

4 Sammanfattning och slutsatser

Det faktum att uttag från lager i praktiskt taget alla sammanhang är diskreta och representerar relativt sett stora kvantiteter åt gången och inte kontinuerliga som den grundläggande lagerstyrningsteorin utgår från leder till att lager underdimensioneras och att man följaktligen inte når de servicenivåer i utleveranserna till kund som man dimensionerat lagren för. Orsaken till detta är att lagersaldot i samband med ett visst uttag kan bli väsentligen lägre än beställningspunkten och att följaktligen den kvantitet som är kvar i lager kan bli för liten för att täcka förekommande efterfrågan under ledtiden.

För att kompensera sig för dessa effekter måste man ta hänsyn till överdragets storlek och variation vid dimensionering av beställningspunkter. I den här studien har en formel för beräkning av överdrags medelvärde och variation analyserats och testats med hjälp av simulering. De resultat som framkommit kan sammanfattas i följande punkter.

De medelvärden på överdrag som man kan beräkna med hjälp av den använda formeln står väl i överensstämmelse med de värden som man får från en simulerad verklighet. För samtliga simulerade efterfrågefall med olika stor efterfrågevariation ligger formelvärdena inom ett 95 %-igt konfidensintervall. Slutsatsen är därför att formeln för praktiskt bruk kan användas för att uppskatta medelöverdrag med tillfredsställande noggrannhet.

Motsvarande formel för beräkning av överdragens standardavvikelser ger inte värden som med acceptabel noggrannhet står i överensstämmelse de värden som förekommer i en simulerad verklighet. Endast för fall med mycket liten efterfrågevariation ger formeln någorlunda rimlig precision. Efterfrågans standardavvikelse per dag ger en noggrannare förutsägelse på hur stor överdragens standardavvikelse kan komma att bli. Formelvärden ligger i samtliga efterfrågefall inom en felmarginal på +/- 20 % av efterfrågans standardavvikelse per dag.

Referenser

Adelson, R. (1966) Compound Poisson distributions, Operations Research Quarterly, sid 73-75.

Baganha, M. – Pyke, D. – Ferrer, G. (1996) The undershoot of the reorder point: Tests of en approximation, International Journal of Production Economics, sid 311-320.

Friend, J. (1960) Stock control with random opportunities for replenishment, Operations Research Quarterly, sid 130-136.

Heyman, D. – Sobel, M. (1982) Stochastic models in operations research, McGraw-Hill.

Hill, R. (1988) Stock control and the undershoot of the re-order level, Journal of the Operational Research Society, Vol. 39 No. 2. sid 173-181.

Janssen, F. – Heuts, R. – de Kok, T. (1998) On the (R,s,Q) inventory model when demand is modeled as a compound Bernoulli process, European Journal of Operational Research, sid 423-436.

Jonsson, P. – Mattsson, S-A. (2005) Materialplaneringsmetoder i svensk industri - Användning och användningssätt, Logistikföreningen PLAN.

Lewis, C. (1975) Demand analysis and inventory control, Saxon House.

Mattsson, S-A. (2002) En jämförelse av olika servicenivåbegrepp i beställningspunktssystem, Arbetspapper, Institutionen för Teknisk Ekonomi och Logistik, Lunds Universitet.

Silver, E. – Pyke, D. – Peterson, R. (1985) Decision systems for inventory management and production planning, John Wiley & Sons.

Silver, E. – Pyke, D. – Peterson, R. (1998) Inventory management and production planning and scheduling, John Wiley & Sons.

Strijbosch, L. – Heuts, R. – van der Schoot, E. (2000) A combined forecast – inventory control procedure for spare parts, Journal of the Operational Research Society, sid 1184-1192.

Tijms, H – Groenevelt, H. (1984) Simple approximations for the reorder point in periodic and continous review (S,s) inventory systems with service level constraints, European Journal of Operational Research, sid 175-192.