B 42

Beräkna standardavvikelser för ledtider

De formler som traditionellt används för beräkning av standardavvikelser för efterfrågevariationer eller prognosfel vid säkerhetslagerdimensionering utgår från antagandet att ledtiden är konstant. I många sammanhang varierar emellertid inte endast efterfrågan under ledtiden utan även ledtiden. Under sådana omständigheter påverkas följaktligen ett säkerhetslagers storlek även av förekommande ledtidsvariationer. I handboksdel B44 visas hur hänsyn kan tas till sådana variationer i ledtidens längd. För att kunna göra det krävs emellertid att variationerna kan uppskattas och uttryckas i form av standardavvikelser. I den här handboksdelen redovisas några metoder för att beräkna standardavvikelser för ledtidsvariationer.

1 Typer av ledtidsvariationer

Olika dimensioner av ledtider och deras variationer kan beskrivas genom att sätta dem i relation till olika faser under order-till-leverans processen, dvs. till tiden före order, till ordertillfället, samt till tidpunkten för leverans till kund. Dessa faser och de olika ledtider som förekommer under respektive fas framgår av figur 1. Med ledtid menas här den totala tiden från att behov av att fylla på lager uppstår tills levererad kvantitet är tillgänglig. Ledtiden utgörs följaktligen av en leveranstid från leverantör eller den egna verkstaden plus ett leveranstidstillägg för den egna inköpsorderprocessen och godsmottagningsprocessen.

För att kunna styra materialflöden måste beslut om anskaffning fattas i förväg. Materialstyrning måste därför bygga på förväntade ledtider vid fall där tiderna inte är kontraktsbundna. Ledtiden före order utgör följaktligen i någon bemärkelse en prognos. Ur styrningssynpunkt kan en förväntad ledtid utgöras av den ledtid som finns registrerad i affärssystemet eller den ledtid som utgörs av den leveranstid en viss leverantör erfarenhetsmässigt brukar tillämpa plus ett leveranstidstillägg. Den kan också baseras på den uppgift om aktuell leveranstid som man fått på förfrågan till leverantör innan beställning skett.

Figur 1 Typer av ledtidsvariationer

Vid ordertillfället kan leverantören erbjuda en leveranstid som skiljer sig från den leveranstid som kunden förväntat sig. Den leveranstid som sedan överenskoms mellan kund och leverantör kan kallas lovad leveranstid och utgör den leveranstid som gäller vid ordertillfället och som tillsammans med leveranstidstillägget utgör lovad ledtid. Vilken den verkliga ledtiden är för en viss order får man i allmänhet inte veta förrän vid inleveranstillfället.

Baserat på en sådan uppdelning av ledtider kan man skilja mellan två olika typer av ledtidsvariation enligt figur 1; en ledtidsvariation före order och en ledtidsvariation efter order. Den totala ledtidsvariationen utgör summan av dessa två typer av variationer. Anledningen till att det i vissa sammanhang kan vara av värde att skilja på de båda typerna av ledtidsvariationer är att ledtiderna före order kan vara antingen längre eller kortare än den förväntade ledtiden medan ledtiden efter order i allmänhet alltid är mer eller mindre längre än den lovade.

2 Exakt beräkning av standardavvikelser

Standardavvikelsen för ledtidsvariationer kan beräknas exakt med hjälp av följande formel om man har tillgång till historik över faktiska ledtider för ett antal order. Detta gäller både för ledtidsvariation före order, efter order och totalt.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \left(LT_i - L\overline{T}\right)^2}{n-1}}$$

där LT_i = ledtiden för order i

$L\overline{T}$ = medelvärdet av alla ledtider

n = antal order

Standardavvikelsen enligt ovan kan beräknas i Excel genom att använda funktionen STDAV

Om standardavvikelsen beräknas var för sig för variation före och efter order måste den totala standardavvikelsen beräknas med hjälp av följande formel.

$$\sigma_{tot} = \sqrt{\sigma_f^{\ 2} + \sigma_e^{\ 2}}$$

där σ_f = standardavvikelse för ledtidsvariationer före order

σ_f = standardavvikelser för ledtidsvariationer efter order

3 Beräkning med hjälp av absoluta medelavvikelser

Standardavvikelsen för ledtidsvariationer kan också beräknas approximativt som den absoluta medelavvikelsen från medelledtiden och därefter multiplicerat med hjälp av en korrigeringsfaktor.

Den absoluta medelavvikelsen, MAD, är ett utryck för hur mycket olika långa ledtider i medeltal avviker från medelledtiden. För variationer i ledtider kan MAD beräknas med hjälp av följande formel.

$$MAD = \frac{\sum \left| LT_i - L\overline{T} \right|}{n}$$

där LT_i = ledtiden för order i

$L\overline{T}$ = medelvärdet av alla ledtider

n = antal order

Absoluta medelavvikelsen enligt ovan kan beräknas i Excel genom att använda funktionen MEDELAVV.

För att approximativt beräkna standardavvikelsen för ledtidsvariationerna används därefter följande formel.

$$\sigma = 1.25 \cdot MAD$$

Konstanten 1.25 gäller under förutsättning att ledtiderna är normalfördelade. Normalfördelningen finns beskriven i handboksdel E101. Om ledtiderna inte är normalfördelade ger detta samband mellan standardavvikelse och absolut medelavvikelse endast ett närmevärde på standardavvikelsen. Den är emellertid en i de flesta sammanhang tillfredsställande approximation och är vanligt använd vid säkerhetslagerberäkning.

Om standardavvikelsen beräknas var för sig för variation före och efter order beräknas den totala standardavvikelsen på samma sätt som ovan.

Exempel

Ledtiderna för tre på varande följande inköpsorder har varit 6, 4 respektive 11 dagar. Detta motsvarar en medelledtid på 7 dagar. Absoluta medelavvikelsen för ledtiderna blir då

$$MAD = (|6-7|+|4-7|+|11-7|)/3 = (1+3+4)/3 = 2.67$$

Följaktligen blir standardavvikelsen lika med 1.25 · 2.67 = 3.34. Motsvarande exakt beräknade standardavvikelse med hjälp av STDAV i Excel blir 3,61.

4 Förenklad beräkning av ledtidsvariation

Standardavvikelsen för ledtider kan beräknas på traditionellt sätt enligt ovan. I många fall saknas emellertid tillräckligt med ledtidsdata för att kunna genomföra beräkningarna. Följande två metoder kan då användas i stället.

Om man kan anta att ledtidsvariationen är normalfördelad kan standardavvikelsen beräknas med hjälp av följande formel.

$$\sigma(LT) = \frac{LT_{\max} - LT_{\min}}{4}$$

Där $LT_{\min}$ är den kortast förekommande och $LT_{\max}$ den längst förekommande ledtiden. Att använda faktorn 4 i nämnaren innebär att 95 % av alla teoretiskt möjliga ledtider enligt normalfördelningen har beaktats.

Om i stället ledtidsvariationen kan antas vara Poissonfördelad, vilket kan vara rimligt för ledtider under storleksordningen 10 dagar, kan följande formel användas för beräkning av ledtidsvariationernas standardavvikelse.

$$\sigma(LT) = \sqrt{LT}$$

där LT = ledtidens längd i medeltal

Poisson fördelningen har i förhållande till normalfördelningen också fördelen av att vara osymmetrisk, dvs. det finns större sannolikhet att en verklig ledtid blir längre än medelledtiden än att den blir kortare.

5 Beräkning med hjälp av uppskattade sannolikheter

Ett alternativ för att beräkna standardavvikelser för ledtidsvariationer är att med hjälp av erfarenhet uppskatta sannolikheter för att olika långa ledtider kan förväntas inträffa. Följande arbetsgång kan tillämpas.

Arbetsgång

1. Uppskatta den mest sannolika ledtiden för en artikel, dvs. den ledtid som kan kallas för normalledtiden. Det är denna ledtid som bör finnas lagrad som ledtid i affärssystemet. Uppskatta också sannolikheterna för att ett antal typiska verkliga ledtider.

2. Beräkna den förväntade medelledtiden för artikeln genom att multiplicera varje ledtid med respektive sannolikhet och summera de erhållna värdena.

3. Beräkna skillnaderna mellan var och en av de olika ledtiderna och den beräknade förväntade medelledtiden. Kvadrera de beräknade differenserna.

4. Beräkna standardavvikelsen som roten ur summan av de kvadrerade differenserna multiplicerade med respektive sannolikhet.

I arbetsgången ovan har uppskattningarna och beräkningarna gjorts per artikel. Förfarandet kan emellertid också tillämpas för grupper av artiklar eller per leverantör. I så fall gäller den beräknade standardavvikelsen för samtliga artiklar per grupp alternativt för samtliga artiklar från respektive leverantör.

Exempel

För en artikel har normalledtiden uppskattats till 5 dagar och sannolikheten för denna ledtid plus sannolikheterna för ledtider på 6 dagar och 7 dagar enligt nedanstående tabell. Av tabellen, som är inkopierad från en Excelblad, framgår också de beräknade värden från de olika stegen enligt arbetsgången ovan samt den erhållna standardavvikelsen för ledtidsvariationerna.

Ledtider	Sannolikhet	Beräkning av medelledtid	Differenser i kvadrat	Diffrenser kvadrat gånger sannolikhet
5	0,67	3,35	0,19	0,129712
6	0,22	1,32	0,31	0,068992
7	0,11	0,77	2,43	0,267696
	Förväntad verklig ledtid	5,44	Beräknad standard-avvikelse	0,682934843

Samma metod kan användas för beräkning av standardavvikelser både för variation före och efter order. Den totala standardavvikelsen kan sen beräknas på samma sätt som beskrevs under avsnitt 2 ovan.

6 Beräkning med hjälp av slumpgenerering

Ett femte sätt att beräkna standardavvikelser är att använda slumpgenerering. Metoden bygger på samma sätt som den föregående på att ett antal vanlig ledtider och deras motsvarande sannolikheter fastställs. Baserat på dessa sannolikheter genereras ett stort antal olika ledtider slumpmässigt, exempelvis med hjälp av Excel och den diskreta slumpgenereringen som finns där. När tillräckligt antal slumpmässigt genererade ledtider erhållits beräknas standardavvikelsen med hjälp av den formel som redovisades ovan i avsnitt 2.

Även i det här fallet kan samma metod användas för beräkning av standardavvikelser både för variation före och efter order. Den totala standardavvikelsen kan sen beräknas på samma sätt som beskrevs under avsnitt 2 ovan eller direkt med hjälp av Excel.

7 Kompletterande synpunkter

- Formeln för att beräkna den totala standardavvikelsen för ledtidsvariation från standardavvikelser avseende variationer före respektive efter order gäller endast fullt ut under förutsättning att de båda ledtiderna varierar oberoende av varandra.

- Standardavvikelsen för ledtidsvariationer är oberoende av normalledtidens storlek. Man kan därför också beräkna standardavvikelser baserat på avvikelser relativt en normalledtid som sätts till noll. För variationsfallet i exemplet ovan innebär detta exempelvis att avvikelsen = 0 ges sannolikhet 0,67, avvikelsen 1 ges sannolikheten 0,22 och avvikelsen 2 sannolikheten 0,22. På så sätt kan antalet beräkningar minskar genom att endast beräkna standardavvikelser för ett antal variationsfall som sedan kan knytas till artiklar med olika ledtider.

Referenslitteratur

Gudum, C. (2004) On the distribution of lead time delays in supply chains, Research report, Copenhagen Business School.

Mason, R. – Lind, D. (1990) Statistical techniques in business and economics, Irwin.

Mattsson, S-A. (2004) Standardavvikelse som mått på efterfrågevariationer vid säkerhetslagerberäkning, Forskningsrapport, Institutionen för Teknisk Logistik, Lunds Universitet.

Silver, E., Pyke, D. och Peterson, R. (1998) Inventory management and production planning and scheduling, John Wiley & Sons.

Vaughan, T. (1995) The effect of sampling variability on statistical order point computation, Production and Inventory Management Journal, Nr. 3.