Val av efterfrågefördelning för bestämning av beställningspunkter för lågomsatta artiklar

Stig-Arne Mattsson

Sammanfattning

För att kunna dimensionera säkerhetslager med utgångspunkt från en önskad servicenivå är det nödvändigt att känna till hur efterfrågevariationerna ser ut. Detta görs genom att anta att efterfrågan varierar enligt en viss fördelning, oftast i form av någon standardiserad statistisk fördelning men även i form av en fördelning som genererats från verklig historisk efterfrågan. Det är rimligt att anta att olika fördelningar i större eller mindre utsträckning åstadkommer den servicenivå man önskar och som säkerhetslagret dimensionerats för. Det är därför av intresse att studera och utvärdera i vilken utsträckning detta kan förväntas ske. I det projekt som redovisas i den här rapporten har användning av normalfördelning, Poisson fördelning, compound Poisson föredelning, gamma fördelning, lognormalfördelning samt empirisk fördelning analyserats och utvärderats med avseende både på hur väl erhållna servicenivåer sammanfaller med dimensionerande servicenivåer och hur mycket erhållna servicenivåer varierar. Analysen avser fall med lågomsatt efterfrågan. Den har genomförts med hjälp av simulering.

De resultat som erhållits från studien kan sammanfattas enligt följande. Normalfördelning utan hänsyn tagen till överdrag är inte lämplig att använda för dimensionering av säkerhetslager för artiklar med liten och lågfrekvent omsättning. Av övriga fördelningar kan normalfördelning med hänsyn tagen till överdrag och empirisk fördelning betraktas som likvärdiga med avseende på en processkapabilitet som både återspeglar överensstämmelse mellan erhållen och dimensionerande servicenivå samt låg servicenivåvariation. Normalfördelningen med hänsyn till överdrag ger emellertid servicenivåer med mindre avvikelser mellan erhållen och dimensionerande servicenivå. Den fungerar också i större utsträckning lika bra oavsett hur hög servicenivån är. Till detta kommer att normalfördelningen är betydligt enklare att tillämpa vid dimensionering av säkerhetslager och den kräver mindre beräkningar. Den slutsats som kan dras baserat på de erhållna resultaten är därför att vid dimensionering av säkerhetslager för lågomsatta och lågfrekventa artiklar förorda användning av normalfördelning kompletterad med hänsynstagande till överdrag

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Med lagerstyrning menas bland annat att fatta beslut om när artiklar i lager måste återanskaffas för att uppnå en önskad servicenivå till kund eller den egna produktionen. Ef-

stig-arne.mattsson@swipnet.se

Mars, 2011

tersom lagerstyrda artiklar karakteriseras av att leveranstider till kund är kortare än återanskaffningstider måste besluten baseras på en bedömning av hur stor den framtida efterfrågan kommer att bli och hur mycket den kommer att variera. Eftersom det är fråga om framtidsbedömningar är besluten följaktligen förknippade med osäkerhet.

För att gardera sig mot osäkerhet av det här slaget använder man sig av säkerhetslager som lämpligtvis dimensioneras med utgångspunkt från den servicenivå som man önskar uppnå för att vara konkurrenskraftig på marknaden alternativt från vad som är rimligt med avseende på kostnader för produktionsstörningar vid brist. För att också kunna beakta förekommande efterfrågevariationer måste man också utgå från ett mått på hur stora variationerna är, i allmänhet i form av dess standardavvikelse, och hur efterfrågan är fördelad. Traditionellt har någon form av standardiserad efterfrågefördelning använts för att ta hänsyn till sådana efterfrågevariationer. I industriella tillämpningar har det nästan uteslutande varit fråga om normalfördelning men i enstaka fall även Poissonfördelning för fall med lågomsatt efterfrågan.

I litteraturen finns det delade meningar om hur betydelsefullt valet av fördelning är. Att val av fördelning kan ha stor betydelse har bland andra hävdats av Delurgio och Bhamed (1991, sid 592). De har med hjälp av enkla beräkningar påvisat vilka skillnader som kan föreligga om man utgår från antagandet att den verkliga efterfrågefördelningen motsvarar en Poissonfördelning eller en normalfördelning. Vid samma medelvärden och standardavvikelser medförde Poissonfördelningen storleksordningen dubbelt så stora bristkvantiteter per lagercykel som normalfördelningen för lågrörliga artiklar. Lau (1989, sid 99) hävdar att om man använder en normalfördelning och den verkliga efterfrågefördelningen inte är normal kommer man att få stora skillnader mellan beräknat och optimalt säkerhetslager och stora skillnader i erhållen servicenivå jämfört med önskad. Zotteri (2000, sid 32) menar att betydelsen av att välja rätt efterfrågefördelning är speciellt viktig ju högre servicenivå man vill ha. Skillnaderna i erforderlig lagerstorlek är i sådana fall starkt beroende av vald fördelning. En liknande uppfattning redovisas också av Bookbinder och Lordahl (1989, sid 302).

Utifrån ett mer praktiskt perspektiv argumenterar Wilkinson (1996, sid 239) för att val av efterfrågefördelning är av mindre betydelse och att ”irrespective of volume and variability it is valid to assume a normal distribution”. Silver och Peterson (1985, sid 289) menar att de fel som begås genom att använda normalfördelning är små i jämförelse med andra inslag av osäkerheter vid dimensionering och användning av beställningspunkter. Även Fortuin (1980) ifrågasätter betydelsen av vilken fördelning man väljer för att dimensionera säkerhetslager. Tadikamalla (1984) hävdar detsamma för de fall där variationskoefficienten för efterfrågevariationerna är liten.

1.2 Riktlinjer för val av standardfördelning i litteraturen

I litteraturen har ett antal riktlinjer som underlag för val av fördelning presenterats. Speciellt gäller detta för val mellan normalfördelning och Poissonfördelning. Se exempelvis Mattsson (2003). Normalfördelningen är i många avseenden attraktiv. Det finns en utbredd erfarenhet av att använda den och det finns en väl utvecklad och lättanvändbar beräkningsmetodik för att tillämpa den vid dimensionering av säkerhetslager. Normalfördelningen har emellertid en del svagheter. Speciellt är detta fallet vid lågfrekvent förbrukning och stora efterfrågevariationer eftersom den är symmetrisk kring sitt medelvärde. En annan svaghet uppstår vid korta ledtider eftersom normalfördelningen då också inkluderar ett icke försumbart inslag av negativa efterfrågevärden. Detta har bland andra påpekats av Strijbosch och Moors (2005). Antalet standardavvikelser mellan noll och medelefterfrågan är kritiskt med avseende på hur väl en normalfördelning kan förväntas representera en verklig efterfrågefördelning. Måttet används därför som ett kriterium för att avgöra när det är rimligt att approximera en efterfrågefördelning med normalfördelningen. Exempelvis hävdar Schönsleben (2004) att normalfördelningen kan användas om medelefterfrågan är större än 2,5 gånger standardavvikelsen och Fagan (1984) att normalfördelningen kan användas om medelefterfrågan är större än 1,7 gånger standardavvikelsen. Ett ännu hårdare krav ställer Razi och Tarn (2003) som menar att normalfördelningen endast bör användas om medelefterfrågan är större än fem standardavvikelser.

Med Poissonfördelning undviker man problemen med negativa efterfrågevärden. Det är också en osymmetrisk fördelning som speciellt vid lågfrekvent efterfrågan bättre återspeglar verkliga efterfrågefördelningar än normalfördelningen. Den stora svagheten med Poisssonfördelningen är emellertid att den utgår från att efterfrågans medelvärde är lika med dess varians. Ett enkelt sätt att avgöra om efterfrågan är Poissonfördelad är därför att jämföra den beräknade standardavvikelsen med roten ur medelefterfrågan. Skillnaden mellan dessa båda tal skall vara noll om efterfrågefördelningen exakt motsvarar en Poissonfördelning. Även vid en viss måttlig skillnad kan emellertid Poissonfördelningen betraktas som användbar. Silver – Peterson (1985, sid 330) accepterar en felmarginal på +/- 10 % medan Axsäter (1991, sid 67) anser att +/- 20 % är tillräckligt. Villkoret för att använda Poissonfördelning blir då enligt Axsäter att standardavvikelsen måste vara mindre än 1.2 gånger roten ur medelefterfrågan under ledtid och större än 0.8 gånger medelefterfrågan under ledtid.

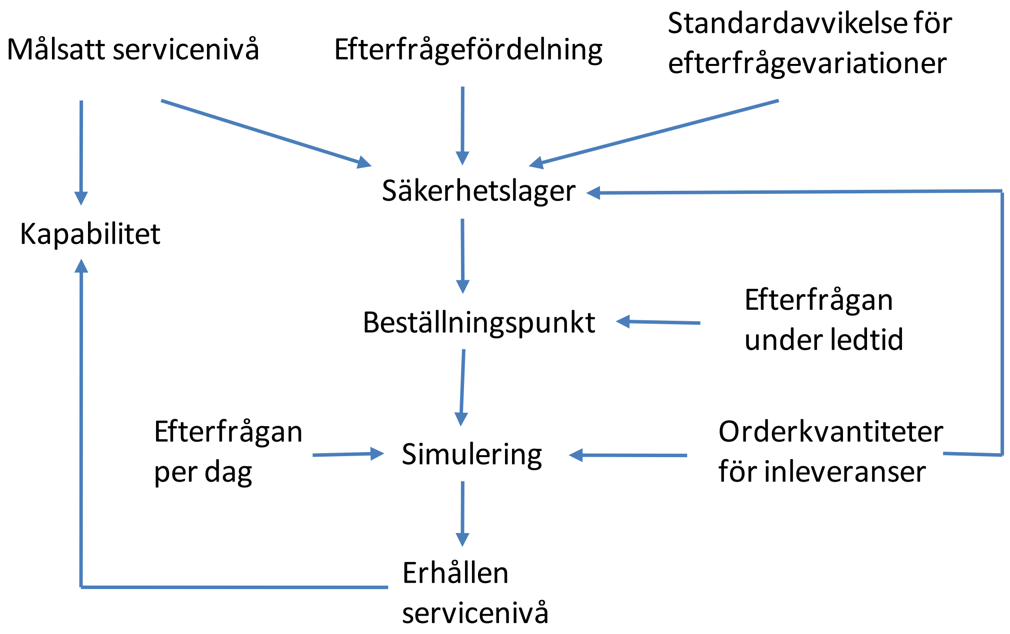
1.3 Syfte och avgränsningar

Det forskningsprojekt som redovisas i den här rapporten syftar till att utvärdera ett antal olika fördelningar för dimensionering av säkerhetslager och därmed beställningspunkter med avseende på i vilken utsträckning man får de servicenivåer som man önskar och som säkerhetslagret dimensionerats för vid lågfrekvent efterfrågan, så kallad lumpy demand. Utvärderingen omfattar standardfördelningarna normalfördelning, Poissonfördelning, compound Poisson fördelning, gammafördelning och lognormal fördelning samt empirisk fördelning. Med empirisk fördelning menas här en efterfrågefördelning som genererats från faktisk efterfrågehistorik.

Dimensionering av säkerhetslager påverkas inte endast av variationer i efterfrågan utan även av variationer i ledtider för lagerpåfyllning. Detta inslag av osäkerhet behandlas emellertid inte här. Ledtiden antas vara konstant och känd. Vidare behandlas endast fall där efterfrågan varierar slumpmässigt utan förekomst av trender eller säsongvariationer.

2 Analysmetodik och dataunderlag

För att kunna studera i vilken utsträckning olika efterfrågefördelningar åstadkommer en servicenivå som motsvarar den önskade och den som säkerhetslagret dimensionerats för har en analysmetodik utarbetats. Den omfattar både servicenivåmått, utvärderingskriterier, sätt att beräkna säkerhetslager för de olika efterfrågefördelningarna samt en simuleringsmodell för att generera erhållna servicenivåer från säkerhetslager dimensionerade baserat på önskade servicenivåer. Dessutom måste dataunderlag tas fram för att kunna genomföra simuleringarna. I nedanstående avsnitt redovisas hur studien utformats och genomförts i dessa avseenden. En översikt av använd analysmetodik visas i figur 1. Kapabilitet avser en efterfrågefördelnings förmåga att säkerställa att erhållna servicenivåer motsvarar de målsatta servicenivåer som säkerhetslagren dimensionerats för.



Figur 1 Översikt av den metodik som använts vid utvärdering av olika efterfrågefördelningar

2.1 Servicenivåmått

Vid dimensionering av säkerhetslager används i huvudsak alltid någon av servicenivådefinitionerna cykelservice och fyllnadsgradsservice. Med cykelservice avses sannolikheten att brist inte inträffar under en lagercykel medan fyllnadsgradsservice avser den andel av efterfrågan som under en period kunnat levereras direkt från lager. Mattsson (2010) har visat att en efterfrågefördelnings kapabilitet i viss utsträckning är beroende av vilken servicenivådefinition som används. För utvärderingsändamål är det därför väsentligt att klargöra vilken servicedefinition som analysen avser.

I den här studien har servicenivådefinitionen fyllnadsgradsservice använts av främst följande två skäl. Används cykelservice tas ingen hänsyn till hur stora inleveranskvantiteterna är och därmed inte till antalet bristrisktillfällen per år. Detta innebär exempelvis att en artikel som beställs en gång per år får samma säkerhetslager som en som beställs en gång per vecka om efterfrågan och efterfrågevariationerna är desamma. Det andra skälet är att det i motsats till fyllnadsgradsservice inte finns något direkt och tydligt samband mellan cykelservice och det mått på leveransförmåga som nästan undantagslöst används av företag för att mäta leveransförmåga från lager, nämligen orderradsservice.

2.2 Utvärderingskriterier

Olika sätt att mäta hur väl en efterfrågefördelning fungerar i förhållande till en annan efterfrågefördelning har publicerats i litteraturen. De vanligaste sätten är att jämföra de säkerhetsfaktorer alternativt beställningspunkter som erhålls med respektive efterfrågefördelning och att jämföra de servicenivåer som erhålls när respektive efterfrågefördelning används för att dimensionera säkerhetslager. Eftersom en efterfrågefördelnings huvudsakliga funktion är att bidra till att säkerställa att en viss servicenivå uppnås, är det mest rimliga måttet skillnaden mellan en sådan målsatt servicenivå och den servicenivå som använts vid dimensioneringen av säkerhetslagret. Skillnaden mellan dimensionerande servicenivå och erhållen servicenivå i procentenheter har därför använts som kvalitetsmått här.

Även om det inte förekommer några systematiska variationer i efterfrågan, exempelvis av typ trend eller säsong, varierar i allmänhet ändå efterfrågan på ett sådant sätt att den erhållna servicenivån kommer att variera även om man mäter den som ett medelvärde under en period. Speciellt gäller detta för lågomsatta artiklar. Det är därför rimligt att också mäta hur mycket den erhållna servicenivån varierar. För att etablera ett kvalitetsmått som både inkluderar hur väl medelvärdena av erhållna servicenivåer överensstämmer med målsatt servicenivå och hur mycket erhållen servicenivå varierar har nedanstående hopvägda kapabilitetsindex använts (Bergman och Klefsjö, 1991, sid 204). Måttet är sålunda både ett centreringsmått och ett spridningsmått.

$$C_{pk} = min\left[\frac{T_{\text{ö}} - m}{3\sigma}\right];\left[\frac{m - T_u}{3\sigma}\right]$$

där $T_{\text{ö}}$ avser övre toleransgräns för i medeltal erhållen servicenivå, T_u undre toleransgräns, m den av processen i medeltal erhållna servicenivån och σ standardavvikelsen för de erhållna servicenivåerna.

Övre toleransgräns har satts till målsatt servicenivå plus två procentenheter och undre toleransgräns till målsatt servicenivå minus två procentenheter.

2.3 Dataunderlag

För att kunna genomföra analyser och utvärderingar av de olika efterfrågefördelningarna krävs det ett dataunderlag i form av efterfrågan, orderstorlekar och ledtider. Efterfrågedata i form av efterfrågan per dag har i den här studien genrerats teoretisk för att kunna tillåta full kontroll över dess egenskaper och därigenom att lättare och säkrare kunna identifiera samband och dra slutsatser rörande hur väl olika efterfrågefördelningar fungerar under olika efterfrågeförhållanden.

Den teoretiskt genererade efterfrågan har skapats genom att kombinera slumpmässigt bestämda orderkvantiteter med slumpmässigt bestämda antal kundorder per dag för att den skall bli så verklighetsnära som möjligt. Poissonfördelning har valts för att generera antal kundorder per dag och rektangelfördelning för att bestämma kundorderstorlekar. Empiriska bevis för att kundorder i huvudsak erhålls slumpmässigt och därmed är en Poissonprocess har redovisats av Johnston och Boylan (1996). Sex olika efterfrågestrukturer som samtliga representerar scenarier med lågfrekvent efterfrågan har skapats enligt tabell 1. För varje efterfrågestruktur har 2000 dagars efterfrågan motsvarande åtta år genererats för vardera sextio olika artiklar. Genereringen har genomförts med hjälp av Excel.

Fyra olika ledtider för återanskaffning har använts; 2, 5, 10 respektive 20 dagar. Variationskoefficienter för de olika efterfrågestrukturerna och ledtiderna visas också i tabell 1. Tabellen visar dessutom vilka orderkvantiteter för lagerpåfyllnad uttryckta som antal dagars behov som använts.

Tabell 1 Dataunderlag för simuleringarna

Efterfråge-struktur	*Inleverans-kvantiteter i dagar*	*Antal kundorder och orderstorlek*	*Ledtid*			
			2 dagar	*5 dagar*	*10 dagar*	*20 dagar*
1	30 dagar	1 order/ 2 dagar 1 – 10 st/order	1,13	0,72	0,51	0,36
2	60 dagar	2 order/månad 1 – 10 st/order	2,54	1,60	1,13	0,80
3	90 dagar	0,5 order/månad 1 – 10 st/order	5,19	3,28	2,32	1,64
4	30 dagar	0,5 order/dag 1 – 3 st/order	1,09	0,69	0,49	0,34
5	120 dagar	0,5 order/månad 1 – 3 st/order	4,98	3,15	2,23	1,58

2.4 Beräkning av beställningspunkter

Beställningspunkter har beräknats för var och en av de sju studerade efterfrågefördelningarna för fyra olika servicenivåer; 92 %, 94 %, 96 % respektive 98 %. Samtliga beräkningar har genomförts med hjälp av Excel.

Om man använder normalfördelning kan säkerhetsfaktorn, k, för dimensionering av säkerhetslager beräknas analytiskt med hjälp av följande approximationsformler publicerade av Silver et al. (1998, sid 735).

Först beräknas en hjälpvariabeln z.

$$z = \sqrt{\ln\left(\frac{25}{SF(k) \cdot SF(k)}\right)}$$

där $SF(k) = \dfrac{OK \cdot \left(1 - \dfrac{FS}{100}\right)}{\sigma}$ = servicefunktionens värde

OK = använd orderkvantitet

FS = fyllnadsgradsservice i %

σ = standardavvikelsen under ledtid

Med hjälp av värdet på sevicefunktionen beräknas därefter säkerhetsfaktorn k.

$$k = \frac{a_0 + a_1 \cdot z + a_2 \cdot z^2 + a_3 \cdot z^3}{b_0 + b_1 \cdot z + b_2 \cdot z^2 + b_3 \cdot z^3 + b_4 \cdot z^4}$$

där	$a_0 = -5{,}3925569$	$b_0 = 1$
	$a_1 = 5{,}6211054$	$b_1 = -7{,}2496485 \cdot 10^{-1}$
	$a_2 = -3{,}8836830$	$b_2 = 5{,}07326622 \cdot 10^{-1}$
	$a_3 = 1{,}0897299$	$b_3 = 6{,}69136868 \cdot 10^{-2}$
		$b_4 = -3{,}29129114 \cdot 10^{-3}$

Med hjälp av denna säkerhetsfaktor beräknas beställningspunkten som medelefterfrågan under ledtid plus säkerhetsfaktorn gånger standardavvikelsen för efterfrågevariationerna under ledtid.

Även vid användning av compound Poisson fördelning kan beställningspunkter beräknas analytiskt. Det sker genom att först beräkna en beställningspunktsfaktor, p, med hjälp av en approximationsformel som publicerats av Ward (1978).

p = 0,322358-0,212598·*v*+0,0318138·*v*^2+(-0,30623-0,149687·*v*-0,475839·v^2)·ln(*b*)+(-0,024474+0,0054646·*v*)·ln(*b*)·ln(*b*)

där $v = \frac{\sigma}{m \cdot \sqrt{lt}}$ variationskoefficienten för efterfrågan under ledtid

σ = efterfrågans standardavvikelse per dag
m = medelefterfrågan per dag
lt = ledtiden i dagar
$b = \frac{(1-FS) \cdot OK}{m}$ = bristkvantitetens andel av efterfrågan under en ordercykel

Därefter beräknas beställningspunkten som denna beställningspunktsfaktor gånger efterfrågan under ledtid.

För övriga standardefterfrågefördelningar måste ett stegvis beräkningsförfarande användas. I samtliga fall gäller följande samband.

$$1 - FS = \frac{bkå}{d} = \frac{n \cdot bkc}{d} = \frac{d \cdot bkc}{OK \cdot d} = \frac{bkc}{OK}$$

där *bkå* = bristkvantitet per år
bkc = bristkvantitet per lagercykel
d = efterfrågan per år
n = antal lagercykler per år
OK = orderkvantitet per inleverans

Följaktligen är acceptabel bristkvantitet per lagercykel $bkc = OK \cdot (1 - S)$.

För var och en av en successiv följd av beställningspunkter beräknas därefter skillnaden mellan en successiv följd av efterfrågevärden med start från beställningspunkten och uppåt och respektive beställningspunkt. Skillnaden multipliceras med sannolikheten för att respektive efterfrågevärde skall inträffa. Sannolikheterna beräknas med utgångspunkt från respektive fördelnings frekvensfunktion. Summan av dessa värden för respektive beställningspunkt beräknas därefter. Detta värde representerar förväntad bristkvantitet per lagercykel.

Beräkningarna kan uttryckas med hjälp av följande formel.

$$Ebkc(s) = \sum_{x / x \geq s} (x - s) \cdot p(x) \quad \text{.......(1)}$$

där E*bkc(s)* = förväntad bristkvantitet per lagercykel när beställningspunkten är lika med *s*
x = ledtidsefterfrågan
s = beställningspunkt
p(x) = sannolikheten för att en viss ledtidsefterfrågan inträffar

Den beställningspunkt vars förväntade bristkvantitet närmst motsvarar den bristkvantitet som enligt ovan beräknats från önskad servicenivå är den beställningspunkt som ger en servicenivå motsvarande den önskade. Formelmässigt är detta detsamma som att söka

$$\min \left| Ebkc(s) - bkc \right| \quad \text{över alla s}$$

Eftersom gammafördelningen och lognormalfördelningen är kontinuerliga funktioner har *p(x)* beräknats med hjälp av numerisk integration av frekvensfunktionen *f(x)*. För gammafördelningen har detta har gjorts i Excel med hjälp av standardfunktionen GAMMAFÖRD(*x,a,b,falskt*) genom att beräkna skillnaderna mellan funktionens värde vid x-0,5 och x+0,5 där x står för ett visst efterfrågevärde. *a* och *b* är parametrar som bestäms med hjälp av efterfrågans medelvärde och standardavvikelse under ledtid. För lognormalfördelningen bestäms $p(x)$ på motsvarande sätt i Excel med hjälp av standardfunktionen LOGNORMFÖRD(e, a, b). Även i det här fallet är a och b parametrar som bestäms med hjälp av efterfrågans medelvärde och standardavvikelse under ledtid.

Poissonfördelningen är en diskret fördelning och man behöver därför inte genomföra någon numerisk integration utan kan beräkna $p(x)$ direkt från frekvensfunktionen. Beräkningarna har gjorts i Excel med hjälp av standardfunktionen POISSON$(x, m, SANT)$.

För att kunna använda empirisk fördelning måste ett stort antal efterfrågevärden under ledtid genereras. I den här studien har en statistisk metodik som kallas bootstrapping använts. Se exempelvis Bookbinder och Lordahl (1989, sid 302) eller Smart och Willemain (2000, sid 64). Metoden utgår från följd av efterfrågedata per dag. Ett slumpmässigt urval från lika många dagar som motsvaras av ledtidens längd görs därefter, dvs är ledtiden fyra dagar görs ett slumpmässigt urval av efterfrågevärden från fyra dagar. Summan av efterfrågan under dessa dagar beräknas och får representera en observation från efterfrågans fördelning under ledtiden. Det slumpmässiga urvalet upprepas tills ett tillräckligt stort antal observationer har erhållits. Urvalet sker med vad som inom statistiken kallas urval med återläggning, dvs. alla dagar har lika stor sannolikhet att komma med vid varje urvalstillfälle. I den här studien har tiotusen efterfrågevärden genererats i Excel.

För var och en av en successiv följd av beställningspunkter beräknas därefter skillnaden mellan vart och ett av de genererade ledtidsefterfrågevärdena och respektive beställningspunkt. Är denna skillnad större än noll innebär det att brist skulle uppstå för denna ledtidsefterfrågan. Medelvärdet av alla bristkvantiteter för respektive beställningspunkt beräknas därefter. Detta medelvärde representerar förväntad bristkvantitet per lagercykel. Beräkningarna kan uttryckas med hjälp av formel 1 ovan.

Eftersom samtliga ledtidsefterfrågevärden jämförs med respektive beställningspunkt kommer *p(x)* att vara lika med 1 dividerat med antalet ledtidsefterfrågevärden.

Om beställningspunktsjämförelser görs transaktionsorienterat måste man vid bestämning av beställningspunkter ta hänsyn till att lagersaldot kommer att underskrida beställningspunkten med mellan 0 st och den största förekommande kundorderkvantiteten - 1. Görs i stället beställningsjämförelser periodiskt, exempelvis en gång per dag, kommer beställningspunkten att underskridas med mellan 0 och det största förekommande förbrukningen per dag - 1. För att med rimlig säkerhet kunna erhålla en servicenivå som motsvarar den målsatta måste hänsyn tas till sådana överdrag. Den här studien har utgått från att beställningspunktsjämförelser görs en gång per dag. Medelöverdraget kan då beräknas med hjälp av följande formel. Se Mattsson (2005).

$$\mu_{överdrag} = \frac{\sigma^2 + m^2}{2m} - \frac{1}{2}$$

där m = medelefterfrågan per dag
$\sigma =$ efterfrågans standardavvikelse per dag

I samtliga fall utom för normalfördelning utan överdrag har de beräknade beställningspunkterna justerats genom att lägga till ett med denna formel beräknat medelöverdrag.

För varje artikel och efterfrågestruktur har beställningspunkter beräknats enligt ovan. Medelvärdet av beställningspunkterna för de sextio artiklarna tillhörande respektive efterfrågestruktur har därefter beräknats och använts som beställningspunkter för samtliga artiklar per efterfrågestruktur vid simuleringen.

2.5 Simuleringsmodell

För att utvärdera de alternativa efterfrågefördelningarna med avseende på förmåga att uppnå målsatt servicenivå har simulering använts. Simuleringarna har genomförts i Excel med hjälp av makron skrivna i Visual Basic och baserats på de beställningspunkter som beräknats enligt föregående avsnitt. Som lagerstyrningsmodell vid simuleringskörningarna har ett beställningspunktssystem av typ (s,S)-system använts (Silver-Pyke-Peterson, 1998, sid 238). Ett (s,S)-system har valts i stället för (s,Q)-system för att kunna hantera de mest lågomsatta och lågrörliga efterfrågestrukturerna. Om fast orderstorlek skulle valts med den låga medelefterfrågan det är fråga om för dessa strukturer samtidigt som enstaka kundorder kan avse stora kvantiteter skulle åtskilliga inleveransorder i tät följd behöva ha genererats för att täcka behov från redan inkomna order. Återfyllnadsnivå, S, har beräknats som beställningspunkten plus planerad inleveranskvantitet.

I modellen simuleras dagliga uttag, kontroll av beställningspunkter, utläggning av nya lagerpåfyllnadsorder, inleveranser samt uppdateringar av saldo och disponibelt saldo. Uppkomna brister antas restnoteras för senare leverans. Konsekvenser av typ bristkvantiteter och erhållna servicenivåer beräknas månadsvis.

3 Resultat och analyser

Baserat på de servicenivåer och variationer i servicenivåer som erhållits vid simuleringarna har skillnader mellan målsatta servicenivåer och erhållna servicenivåer beräknats. Dessutom har ett kapabilitetsindex som representerar de olika fördelningarnas förmåga att både åstadkomma små skillnader mellan målsatta och erhållna servicenivåer och små variationer i erhållna servicenivåer beräknats.

För en målsatt servicenivå på 96 % erhölls skillnader mellan målsatta och erhållna servicenivåer i procentenheter för de olika efterfrågefördelningarna och för efterfrågeförhållanden med olika grad av variation uttryckt som variationskoefficienter enligt tabell 2.

Tabell 2 Skillnader mellan målsatt servicenivå på 96 % och erhållen servicenivå i procentenheter vid olika variationskoefficienter

Var.koef ficient	Normal	Normal överdrag	Comp. Poisson	Poisson	Gamma	Log-normal	Empirisk
< 1	- 1,68	- 0,05	0,21	- 1,27	0,93	0,39	0,56
1 – 2	- 3,50	- 0,13	0,18	- 0,42	0,78	0,25	1,12
> 2	- 8,29	- 0,67	- 3,36	- 0,96	1,35	0,66	1,83

Av tabellen framgår att om man använder normalfördelningen på traditionellt sätt utan att anpassa beställningspunkten med ett beräknat överdrag kommer den erhållna servicenivån att blir avsevärt lägre än den önskade och den som säkerhetslagret dimensionerats för. I övriga fall är med vissa undantag avvikelserna från önskad servicenivå betydligt måttligare. Normalfördelning med hänsyn tagen till överdrag uppvisar minst avvikelse. Det kan också noteras att både normal fördelning och Poissonfördelning leder till servicenivåer som är lägre än önskade medan övriga i huvudsak leder till servicenivåer som är högre än önskade.

Beräknade kapabilitetsindex för de olika efterfrågefördelningarna vid olika grader av efterfrågevariation visas i tabell 3. Baserat på dessa resultat och de som redovisades i tabell 2 kan man dra slutsatsen att normalfördelning utan hänsynstagande till överdrag i princip aldrig är lämplig att använda för lågomsatta artiklar. Eftersom variationskoefficienten för alla tjugo efterfrågefall utom två är större än 0,5 stämmer denna slutsats väl med de riktlinjer som beskrivits i litteraturen och som redovisats ovan.

Tabell 3 Kapabilitetsindex per variationskoefficient vid en målsatt servicenivå på 96 %

Var.koef ficient	Normal	Normal överdrag	Comp. Poisson	Poisson	Gamma	Log-normal	Empirisk
< 1	0,03	0,19	0,18	0,06	0,12	0,12	0,16
1 – 2	- 0,08	0,13	0,14	0,11	0,10	0,06	0,13
> 2	- 0,20	0,06	- 0,06	0,05	0,04	0,00	0,08

Av övriga fördelningar ger normalfördelning med överdrag, compound Poisson och empirisk fördelning klart bättre resultat än övriga för efterfrågefall med variationskoefficienter lägre än 2. Så är också fallet för efterfrågefall med variationskoefficienter större än 2 utom för compound Poisson fördelningen. Med avseende på det här använda kapabilitetsindexet kan därför normalfördelning med hänsyn till överdrag och empirisk fördelning betraktas som likvärdiga.

I studien ingick också att studera i vilken utsträckning önskad servicenivå påverkar hur väl de olika fördelningarna fungerar. Resultaten från simuleringarna i detta avseende för några olika önskade servicenivåer redovisas i tabell 6.

Tabell 6 Kapabilitetsindex per servicenivå

Service-Nivå	Normal	Normal överdrag	Comp. Poisson	Poisson	Gamma	Log-normal	Empirisk
92	- 0,06	0,06	0,02	0,05	0,00	0,00	- 0,03
94	- 0,07	0,05	0,01	0,04	0,02	0,04	0,01
96	- 0,07	0,06	0,03	0,04	0,05	0,06	0,04
98	- 0,06	0,05	0,07	0,03	0,09	0,10	0,10

Som framgår av tabellen fungerar normalfördelning med hänsyn tagen till överdrag lika bra oavsett hur hög den önskade servicenivån är, likaså Poisson fördelningen. Övriga fördelningar fungerar dåligt vid låga servicenivåer men bättre ju högre den önskade servicenivån är.

4 Sammanfattning och slutsats

För att kunna dimensionera säkerhetslager med utgångspunkt från en önskad servicenivå är det nödvändigt att känna till hur efterfrågevariationerna ser ut. Detta görs genom att anta att efterfrågan varierar enligt en viss fördelning, oftast i form av någon standardiserad statistisk fördelning men även i form av en fördelning som genererats från verklig historisk efterfrågan. Man kan förvänta sig att olika fördelningar i större eller mindre utsträckning klarar av att åstadkomma den servicenivå som man önskar och som säkerhetslagret dimensionerats för. Det är därför av intresse att studera och utvärdera i vilken utsträckning olika fördelningar representerar verklighetens efterfrågemönster. I det projekt som redovisas i den här rapporten har användning av några olika fördelningar analyserats och utvärderats med avseende både på hur väl erhållna servicenivåer sammanfaller med dimensionerande servicenivåer och på hur mycket erhållna servicenivåer varierar. Analyserna avser fall med lågomsatt efterfrågan och har genomförts med hjälp av simulering.

De resultat som erhållits från studien kan sammanfattas enligt följande. Normalfördelning utan hänsyn tagen till överdrag är inte lämplig att använda för dimensionering av säkerhetslager för artiklar med liten och lågfrekvent omsättning. Av övriga fördelningar kan normalfördelning med hänsyn tagen till överdrag och empirisk fördelning betraktas som likvärdiga med avseende på en processkapabilitet som både återspeglar överensstämmelse mellan önskad och erhållen servicenivå och låg servicenivåvariation. Normalfördelningen inklusive hänsyn till överdrag ger emellertid servicenivåer med mindre avvikelser mellan erhållen och dimensionerande servicenivå. Den fungerar också i större utsträckning lika bra oavsett hur hög servicenivån är. Till detta kommer också att normalfördelningen är betydligt enklare att använda vid dimensionering av säkerhetslager. Slutsatsen baserat på de erhållna resultaten är därför att förorda användning av normalfördelning inklusive hänsynstagande till överdrag vid dimensionering av säkerhetslager för lågomsatta och lågfrekventa artiklar.

Referenser

Axsäter, S. (1991) Lagerstyrning, Studentlitteratur.

Bergman, B. – Klefsjö, B. (1991) Kvalitet från behov till användning, Studentlitteratur.

Bookbinder, J. – Lordahl, A. (1989) Estimation of inventory re-order levels using the bootstrap statistical procedure, IIE Transactions, December, sid 302 – 312.

Delurgio, S. – Bhamed, C. (1991) Integrating forecasts and inventory management of low-volume demands, APICS's Conference Proceedings, sid 589 – 593.

Fagan, M. (1984) Determination of safety stock: A practical approach for service industries. APICS conference proceedings, sid 84 – 88.

Fortuin, L. (1980) Five popular probability density functions: A comparison in the field of stock-control models, Journal of the Operational Research Society, Vol. 31 No. 10, sid 937 – 942.

Johnston, F. – Boylan, J. (1996) Forecasting for items with intermittent demand, The Journal of the Operational Research Society, Vol. 47 No 1.

Lau, H-S. (1989) Toward an inventory control system under non-normal demand and lead-time uncertainty, Journal of Business Logistics, Vol. 10 No. 1, sid 88 – 103.

Mattsson, S-A. (2003) Efterfrågefördelning vid bestämning av beställningspunkter och säkerhetslager, Intern forskningsrapport, Institutionen för Teknisk ekonomi och logistik, Lunds Universitet.

Mattsson, S-A. (2005) Överdrag i beställningspunktssystem, Intern forskningsrapport, Institutionen för Teknisk ekonomi och logistik, Lunds Universitet.

Mattsson, S-A. (2010) Demand distributions in inventory management, Intern rapport. Logistik och Transport, Chalmers Tekniska Högskola.

Schönsleben, P. (2004) Integral logistics management. St Lucie Press.

Silver, E. – Peterson, R. (1985) Decision systems for inventory management and production planning, John Wiley & Sons.

Silver, E. – Pyke, D. – Peterson, R. (1998) Inventory management and production planning and scheduling, John Wiley & Sons.

Smart, C. – Willemain, T. (2000) A new way to forecast intermittent demand, The performance Advantage, Juni, sid 64 – 68.

Strijbosch, L. – Moors, J. (2006) Modified normal demand distributions in (R,S)-inventory control. European Journal of Operational Research, 172, sid 201-212.

Tadikamalla, P. (1984), A comparison of several approximations to the lead time d mand distribution, *OMEGA International Journal of Management Science*, Vol. 12, No. 6, sid 575-581.

Zotteri, G. (2000) The impact of distributions of uncertain lumpy demand on inventories, Production Planning & Control, Jan – Feb, sid 32 – 43.

Ward, J. (1978) Determining reorder points when demand is lumpy, Management Science, Vol.24 No.6, sid 623-632.

Wilkinson, S. (1996) Service level and safety stock based on probability, Control, April, sid 23 – 25.