# B 41

# Beräkna standardavvikelser för efterfråge-variationer och prognosfel

En standardavvikelse är ett spridningsmått som anger hur mycket en storhet varierar. Måttet karakteriserar tillsammans med medelvärdet ett statistiskt material. I den här handboksdelen behandlas följande olika metoder för beräkning av standardavvikelser.

- Exakt beräkning
- Beräkning med hjälp av absoluta medelavvikelser

Framställningen avser primärt standardavvikelser för efterfrågevariationer och prognosfel för användning i anslutning till dimensionering av säkerhetslager och säkerhetstider vid materialstyrning.

## 1 Användningsområde

Det finns ett stort antal användningsområden för standardavvikelser. I materialstyrningssammanhang används variabeln standardavvikelse i första hand för dimensionering av säkerhetslager och andra motsvarande buffertmekanismer.

Beräkning av standardavvikelser för efterfrågevariationer och prognosfel utgår från ett antal perioders efterfrågevärden respektive efterfrågevärden och prognosvärden. Det är vanligt att prognosperioden, oftast lika med en månad eller fyra veckor, används som periodlängd vid beräkningarna. Det är emellertid inte något som hindrar att man väljer dag eller vecka som periodlängder.

# 2 Exakt beräkning av standardavvikelser

Standardavvikelsen är ett statistiskt begrepp som kan beräknas exakt för ett antal värden på en stokastiskt variabel med hjälp av följande formel om de inkluderade värdena utgör ett stickprov.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \left(E_i - \overline{E}\right)^2}{n-1}}$$

där $E_i$ = efterfrågan under period $i$

$\overline{E}$ = medelvärdet av alla efterfrågevärden

$n$ = antal efterfrågevärden

Standardavvikelsen enligt ovan kan beräknas i Excel genom att använda funktionen STDAV. Denna formel kan användas vid dimensionering av säkerhetslager om standardavvikelsen avser efterfrågevariationer. Är det i stället fråga om efterfrågans prognosfel används följande formel för exakt beräkning av standardavvikelser.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \left(E_i - P_i\right)^2}{n-1}}$$

där $E_i$ = efterfrågan under period $i$

$P_i$ = prognostiserad efterfrågan under period $i$

$n$ = antal efterfrågevärden

# 3 Beräkning med hjälp av absoluta medelavvikelser

Standardavvikelsen för efterfrågevariationer och prognosfel kan också beräknas approximativt som den absoluta medelavvikelsen från medelefterfrågan respektive prognosfel och därefter multiplicerat med hjälp av en korrigeringsfaktor. Detta beräkningssätt är något enklare än den exakta beräkningen enligt punkt 2.

Den absoluta medelavvikelsen, MAD, är ett utryck för hur mycket olika efterfrågevärden i medeltal avviker från medelefterfrågan respektive hur mycket prognosen i medeltal avviker från den verkliga efterfrågan. För variationer i efterfrågan kan MAD beräknas med hjälp av följande formel.

$$MAD = \frac{\sum \left|E_i - \overline{E}\right|}{n}$$

där $E_i$ = efterfrågan under period $i$

$\overline{E}$ = medelvärdet av alla efterfrågevärden

$n$ = antal efterfrågevärden

Absoluta medelavvikelsen enligt ovan kan beräknas i Excel genom att använda funktionen MEDELAVV.

Motsvarande MAD för prognosfel kan beräknas med hjälp av följande formel.

$$MAD = \frac{\sum |E_i - P_i|}{n}$$

där $E_i$ = efterfrågan under period $i$

$P_i$ = prognostiserad efterfrågan under period $i$

$n$ = antal efterfrågevärden

Absoluta medelavvikelser kan också beräknas med hjälp av exponentiell utjämning enligt följande formel.

$$MAD(t) = \alpha \cdot \left|E_i - \overline{E}\right| + (1-\alpha) \cdot MAD(t-1)$$

där $E_i$ = efterfrågan under period $i$

$\overline{E}$ = medelvärdet av alla efterfrågevärden

$\alpha$ = utjämningskonstanten för exponentiell utjämning

$MAD(t)$ = absoluta medelavvikelsen för period $t$

$MAD(t\text{-}1)$ = absoluta medelavvikelsen för period $t$-1

Motsvarande formel används för beräkning av absoluta medelavvikelser för prognosfel.

För att approximativt beräkna standardavvikelsen för efterfrågevariationerna respektive prognosfelsvariationerna används därefter följande formel.

$$\sigma = 1.25 \cdot MAD$$

Konstanten 1.25 gäller under förutsättning att efterfrågan respektive prognosfel är normalfördelad. Normalfördelningen finns beskriven i handboksdel E101. Om efterfrågan inte är normalfördelad ger detta samband mellan standardavvikelse och absolut medelavvikelse endast ett närmevärde på standardavvikelsen. Den är emellertid en i de flesta sammanhang tillfredsställande approximation och är vanligt använd vid säkerhetslagerberäkning.

## Exempel

Efterfrågan under tre på varande följande veckor har varit 6, 4 respektive 11 stycken. Denna efterfrågan motsvarar en medelefterfrågan per vecka på 7 styck. Absoluta medelavvikelsen för efterfrågevariationerna blir då

$$MAD = (|6-7| + |4-7| + |11-7|)/3 = (1+3+4)/3 = 2.67$$

Följaktligen blir standardavvikelsen lika med $1.25 \cdot 2.67 = 3.34$. Motsvarande exakt beräknade standardavvikelse med hjälp av STDAV i Excel blir 3,61.

# 4 Felkänslighet för standardavvikelser vid beräkning av säkerhetslager

Eftersom säkerhetslager beräknas som en säkerhetsfaktor gånger standardavvikelsen under ledtid kommer ett procentuellt fel i uppskattningen av standardavvikelsen att bli ett lika stort procentuellt fel i beräkningen av säkerhetslager. Detta gäller speciellt när säkerhetslager beräknas med utgångspunkt från cykelservice eller bristkostnader. Om beräkningen sker med utgångspunkt från fyllnadsgradsservice ingår standardavvikelsen två gånger, dels vid beräkning av servicefunktionens värde och dels vid säkerhetslagerberäkningen. I detta fall är felkänsligheten högre, dvs. en viss felprocent i beräkningen av standardavvikelsen leder till en högre felprocent för säkerhetslagret. Speciellt vid låga servicenivåer, stora orderkvantiteter och korta ledtider kan felprocenten för säkerhetslagret bli mer än dubbelt så hög som motsvarande för cykelservice.

Simuleringsstudier har visat att felaktigheter i beräknade standardavvikelser är av relativt stor betydelse för kapitalbindningen i lager. De har dock klart mindre betydelse än felaktigheter i prognoser och ledtider, speciellt för högomsatta artiklar.

Simuleringsstudier har också visat att felmarginalen för beräknade standardavvikelser måste ligga inom +/- 20 % för att felmarginalen för servicenivån skall hålla sig inom storleksordningen en procentenhet. Är det fråga om fall med stora efterfrågevariationer måste felmarginalen för beräknade standardavvikelser vara ännu mindre för att nå en procentenhets felmarginal för servicenivån.

Precisionen i bestämning av standardavvikelser är praktiskt taget betydelselös för erhållen servicenivå för artiklar med extremt låg omsättning eftersom beräknade säkerhetslager avrundas uppåt och därmed i stort sett alltid blir större än vad som är beräkningsmässigt motiverat.

# 5 Kompletterande synpunkter

- I affärssystem brukar standardavvikelser beräknas per period, vanligtvis per månad. Speciellt vanligt är detta när standardavvikelsen avser prognosfel eftersom nya prognoser oftast tas fram varje månad eller fyraveckorsperiod. Vid säkerhetslagerberäkning krävs emellertid uppgifter om standardavvikelsen under ledtid som oftast inte är lika lång som en beräkningsperiod. Man måste därför konvertera standardavvikelsen per period till standardavvikelsen under ledtid. Detta gäller vare sig standardavvikelserna beräknas per dag, vecka eller annan periodlängd. Hur detta kan genomföras redovisas i handboksdel B43, Ledtidsanpassa standardavvikelser för efterfrågevariationer. Det kan också vara aktuellt att ta hänsyn till variationer i ledtid vid beräkning av standardavvikelser för efterfrågan respektive prognosfel under ledtid. Hur man kan inkludera hänsyn till sådana efterfrågevariationer redovisas i handboksdel B44, Beräkna standardavvikelser vid ledtidsvariation.

- Det antal efterfrågevärden som tas med vid beräkning av standardavvikelser har betydelse för den noggrannhet man kan uppnå. Det är vanligt att standardavvikelser beräknas med avseende på månatliga efterfrågevärden respektive prognosfel och att beräkningarna omfattar ett års historik, dvs. tolv månadsvärden. Simuleringsstudier har visat att man med så få värden som underlag för beräkningar får räkna med att få en felmarginal på storleksordningen +/- 20 procent och för fall med mycket stora efterfrågevariationer ytterligare något mer. Vill man ligga inom en felmarginal på +/- 10 procent måste man inkludera storleksordningen 40 efterfrågevärden. Med periodlängd månad skulle detta innebära att det krävs en efterfrågehistorik på storleksordningen tre år. Att basera beräkningarna på så gamla efterfrågedata kan bidra till försämrad noggrannhet av andra skäl. Ett bättre alternativ kan då vara att i stället basera standardavvikelseberäkningen på veckovisa eller dagliga efterfrågevärden. Historisk efterfrågan på den här detaljeringsnivån finns ofta tillgänglig i kvalificerade affärssystem.

  Antalet efterfrågevärden som tas med vid beräkningarna påverkar också hur mycket beräknade standardavvikelser varierar från beräkningstillfälle till beräkningstillfälle, exempelvis från månad till månad. Ju fler efterfrågevärden, desto mindre variationer. Att variationerna i beräknade standardavvikelser är så små som möjligt är betydelsefullt eftersom variationer i standardavvikelser leder till oavsiktliga variationer i servicenivåer och därmed i leveransförmåga.

- Som påpekades ovan ger beräkning av standardavvikelser med hjälp av absoluta medelavvikelser, MAD, korrekta värden endast under förutsättning att efterfrågevariationerna respektive prognosfelen är normalfördelade. En simuleringsstudie har visat att det inte föreligger några signifikanta skillnader mellan MAD-beräknade och exakt beräknade standardavvikelser vid i praktiken vanligt förekommande efterfrågefördelningar.

- Även om efterfrågan under normala omständigheter varierar från period till period, är variationerna i allmänhet måttliga i förhållande till medelefterfrågan. Det inträffar emellertid att efterfrågan mer eller mindre oförutsägbart kan bli mycket stor under enstaka perioder. Detta kan exempelvis bero på att man fått en tillfällig extremt stor kundorder. Fenomenet inträffar också i lager som utgör centrallager och försörjer andra lager samtidigt som det försörjer den lokala marknaden. Sådana extremvärden bör inte ingå i beräkningen av standardavvikelser för säkerhetslagerberäkning. De leder både till oekonomiskt stora säkerhetslager och till stora variationer i leveransförmåga. Metoder för att identifiera och eliminera extremvärden av det här slaget redovisas i handboksdel F76, Efterfrågekontroll.

- Standardavvikelsen för efterfrågevariationer, dvs. för den periodvisa efterfrågan i förhållande till dess medelvärde är inte densamma som standardavvikelsen för prognosfel, dvs. för den periodvisa skillnaden mellan efterfrågan och prognos. Detta gäller även om prognosen är medelvärdesriktig, dvs. prognosen är i medeltal lika med medelvärdet av efterfrågan. Det teoretiska förhållandet mellan standardavvikelsen för prognosfel och standardavvikelsen för efterfrågevariationer framgår av följande tabell för några olika värden på utjämningskonstanten om exponentiell utjämning används för prognostisering och för några olika värden på antal perioder om glidande medelvärde används för prognostisering.

| *Utjämningskonstant* | *Antal perioder* | *Förhållande* |
|---|---|---|
| 0,1 | 19 | 1,03 |
| 0,2 | 9 | 1,05 |
| 0,3 | 6 | 1,09 |
| 0,4 | 4 | 1,12 |

Tabell 1 Förhållande mellan $\sigma$(prognosfel) och $\sigma$(efterfrågan)

Av tabellen framgår exempelvis att standardavvikelsen beräknad med utgångspunkt från prognosfel blir 9 % högre än standardavvikelsen baserad på efterfrågevariationer om exponentiell utjämning med en utjämningskonstant på 0,3 används för prognostisering.

# Referenslitteratur

Mason, R. – Lind, D. (1990) Statistical techniques in business and economics, Irwin.

Mattsson, S-A. (2002) Känslighetsanalys av beställningspunktssystem, Forskningsrapport, Institutionen för Teknisk Logistik, Lunds Universitet.

Mattsson, S-A. (2004) Standardavvikelse som mått på efterfrågevariationer vid säkerhetslagerberäkning, Forskningsrapport, Institutionen för Teknisk Logistik, Lunds Universitet.

Mattsson, S-A. (2007) Standardavvikelser för säkerhetslagerberäkning, Forskningsrapport, Institutionen för Teknisk Logistik, Lunds Universitet.

Russel, R. – Taylor, B. (2000) Operations management, Prentice Hall.

Silver, E., Pyke, D. och Peterson, R. (1998) Inventory management and production planning and scheduling, John Wiley & Sons.

Vaughan, T. (1995) The effect of sampling variability on statistical order point computation, Production and Inventory Management Journal, Nr. 3.